

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS PLANAS CANÓNICAS MEDIANTE ORDENADORES DE PEQUEÑA CAPACIDAD DE MEMORIA

(AN ANALYSIS OF CANONICAL FLAT STRUCTURES USING COMPUTERS WITH A SMALL MEMORY CAPACITY)

Luis Parras Galán, Dr. Ingeniero Agrónomo

(403-8)

RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolla un método que permite el análisis de estructuras planas canónicas de gran número de elementos, con ordenadores de pequeña capacidad de memoria central y sin requerimiento de memoria periférica.

Dichas estructuras tienen su campo de aplicación en vigas articuladas (tipo Warren, Pratt, etc.), cerchas, marquesinas, etc., que son las que con mayor profusión se utilizan en el mundo de la ingeniería rural e industrial. Piénsese, por ejemplo, en las distintas instalaciones agrícolas en las que se utilizan dichas estructuras como son las naves para el resguardo de maquinaria, almacenamiento de productos agrarios, instalaciones industriales, ganaderas, etc.

SUMMARY

In this study a method is developed which will enable canonical flat structures containing numerous elements to be analyzed, using computers with a small capacity of central memory and without the necessity of a peripheral memory.

The field of application for these structures is in jointed beams (Warren, Pratt types, etc.), roof frames, canopies, etc., which are those most widely used in the world of a rural and industrial engineering. Consider, for example, the different agricultural installations in which these structures are used, such as warehouses for storing machinery, the storage of agricultural products, industrial and cattle-raising installations, etc.

1. INTRODUCCION

El método desarrollado en este trabajo se basa en formular las ecuaciones de equilibrio en un nudo de la estructura y resolver a continuación el sistema formado, antes de escribir las ecuaciones correspondientes al siguiente nudo. Es obvio señalar que la idea matriz no es nueva, ya que éste es el procedimiento seguido en los tradicionales análisis manuales (sean analíticos o gráficos), pero, por el contrario, abandonado cuando se proponen análisis basados en el cálculo electrónico.

2. DEFINICION DE LA ESTRUCTURA Y CONDICIONES DE CARGA

La estructura a analizar se define mediante su topología, geometría y condiciones de contorno.

En el caso de las estructuras que nos ocupan, la definición del problema se realiza mediante las matrices de conectividad, de coordenadas de nudos, y de ac-

ciones en los nudos. Explicaremos a continuación cada uno de estos aspectos.

2.1. Matriz de conectividad

Es una matriz rectangular de dimensiones $NB \times 3$, siendo NB el número de barras. Cada fila de la matriz contiene en la primera columna el número o índice de la barra, y en las 2.^a y 3.^a columnas los números o índices de los nudos a los que se articula. Es usual definir un sentido de avance en cada barra, mediante la especificación de un nudo como «origen» (o sección dorsal) y el otro como «extremo» (o sección frontal) de la misma.

Con objeto de facilitar la labor de programación conviene considerar en todos los casos como extremo dorsal (origen) el correspondiente al nudo de menor índice.

Si los datos de la matriz así definida se escriben desde la barra 1 hasta la barra NB ordenadamente, puede re-

ducirse la matriz de conectividad a las dos columnas i - j , ya que el índice de la barra coincide con el número de fila.

2.2. Matriz de coordenadas de los nudos

Si llamamos NN al número de nudos de la estructura, la matriz de coordenadas de los nudos es rectangular, de dimensiones $NN \times 3$. Para cada fila la 1.ª columna corresponde al índice del nudo, la segunda a su abscisa y la tercera a su ordenada, referidas éstas lógicamente al sistema general de coordenadas.

Si la información se suministra ordenadamente desde el nudo 1 hasta el nudo NN , puede suprimirse la primera columna, reduciéndose la matriz a dimensiones $NN \times 2$.

2.3. Matriz de acciones en los nudos

En ella se almacenan los componentes horizontal y vertical de las acciones sobre cada nudo. Puede reducirse a una matriz rectangular de dimensiones $NN \times 2$, si se ordenan los datos de acuerdo a la numeración previa de los nudos

3. DESARROLLO DEL METODO SECUENCIAL DE ANALISIS

3.1. Numeración de los nudos y de los elementos

Es obligada, para el desarrollo del método de análisis secuencial, la formulación ordenada de las ecuaciones de equilibrio de cada nudo, de manera tal que en cada nuevo par de ecuaciones que se formulen no aparezcan más de dos incógnitas. Para conseguir esto se propone numerar los nudos y las barras en el siguiente orden: Se comienza numerando con índice 1 un nudo en el que sólo concurren dos barras; a ellas se les asignan los índices de barra 1 y 2. Posteriormente se selecciona como nudo 2 aquel en que incidan cualquiera de las barras 1 y 2 anteriores, y otras dos barras que denotaremos 3 y 4. Se selecciona como nudo 3, un nuevo nudo en el que incidan cualquiera de las barras anteriores y otros dos nuevos elementos (barras 5 y 6), y así sucesivamente. En las figuras 1 y 2 pueden verse dos ejemplos de estructuras artu-

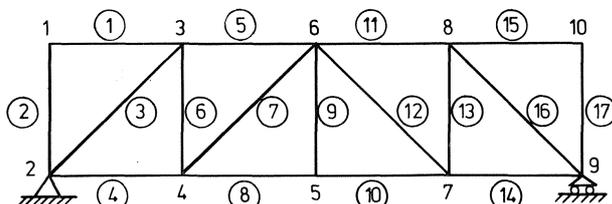


Fig. 1

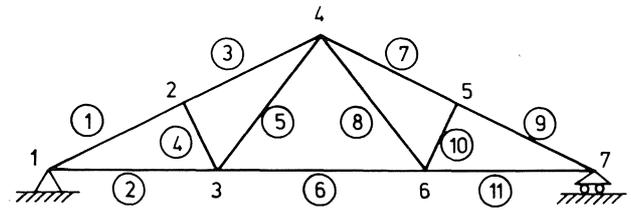


Fig. 2

ladas cuyas barras y nudos se han numerado de acuerdo al criterio expuesto.

3.2. Ecuaciones de equilibrio

Las ecuaciones de equilibrio son de la forma:

$$\sum_b N_b \cdot C_b + X_k = 0$$

$$\sum_b N_b \cdot S_b + Y_k = 0$$

siendo: N_b , el valor del esfuerzo axil en la barra b ; X_k , Y_k las fuerzas exteriores sobre el nudo K , y estando extendidos los sumatorios a todas las barras que concurren en dicho nudo.

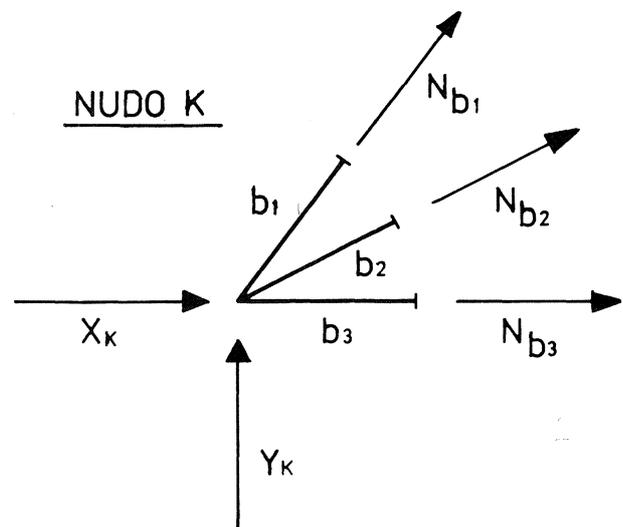


Fig. 3

3.3. Cálculo de esfuerzos en los elementos

El programa comienza con un cálculo previo de las reacciones, mediante la formulación automática de las ecuaciones de equilibrio a la estructura completa. El resultado obtenido permite modificar la matriz de acciones en los nudos, que pasa de ser una matriz exclusivamente de cargas, a ser una matriz de fuerzas exteriores.

Posteriormente se plantean secuencialmente las ecuaciones de equilibrio de cada nudo, calculándose los esfuerzos por resolución del sistema indicado en 3.2.

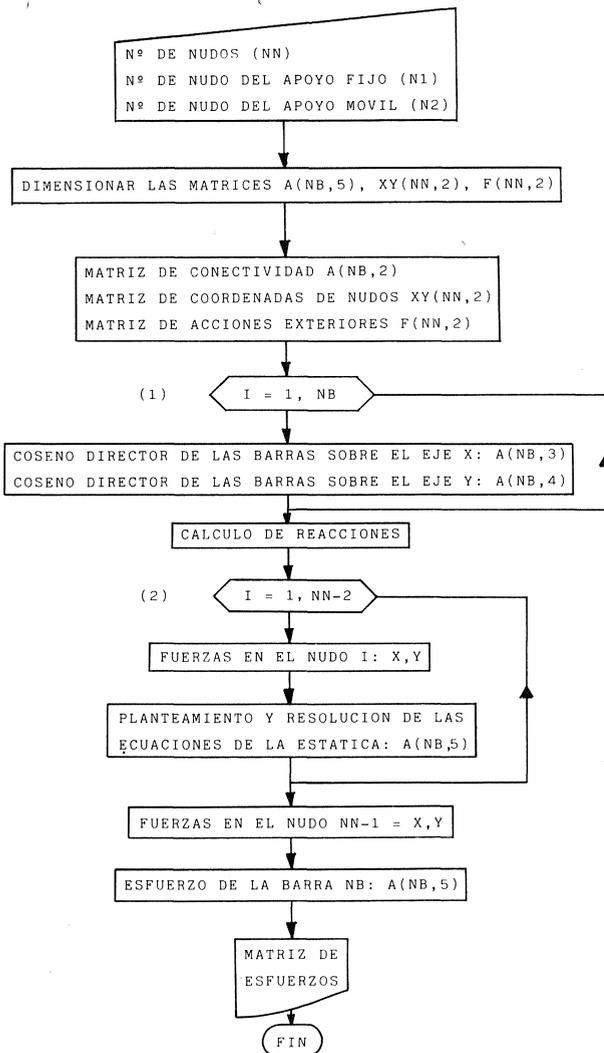
En el penúltimo nudo solamente hay que escribir una ecuación de equilibrio, ya que resta calcular únicamente el esfuerzo de la última barra. La ecuación seleccionada en el caso de que dicha barra sea inclinada, puede ser cualquiera: $\Sigma X = 0$ ó $\Sigma Y = 0$.

En el caso de que dicha barra sea horizontal o vertical, habrá que seleccionar obligadamente la ecuación: $\Sigma X = 0$ ó $\Sigma Y = 0$ respectivamente.

3.4. Diagrama lógico del método de análisis secuencial

A continuación se presenta en un diagrama lógico el método de análisis secuencial propuesto.

Por comodidad se dimensiona una matriz A de cinco columnas y tantas filas como barras (NB X 5); en ella se almacenan la matriz de conectividad (dos primeras columnas), los cosenos directores de cada barra (columnas tercera y cuarta) y los valores de los esfuerzos axiles conforme van siendo calculadas (columna quinta).



Se dimensiona también la matriz de coordenadas de los nudos, matriz XY de dimensiones NN X 2 y la matriz de acciones exteriores F (NN X 2).

A partir de las matrices de conectividad y de coordenadas de los nudos se calculan para todas las barras su longitud y cosenos directores (ciclo n.º 1).

Se determinan las reacciones y, posteriormente, para los NN-2 nudos primeros se plantean y resuelven las ecuaciones de equilibrio estático, almacenándose los resultados obtenidos en la columna quinta de la matriz A (ciclo n.º 2).

Finalmente se calcula el axil en la barra NB, mediante la ecuación de equilibrio correspondiente al nudo NN-1.

En base al diagrama de flujo anterior se ha procedido a la codificación del programa de cálculo correspondiente.

3.5. Ejemplo de cálculo

Para la estructura de la figura 1, y con las acciones que se indican en la figura 4, se ha ejecutado el programa de cálculo con los datos siguientes:

Análisis de esfuerzos: método secuencial

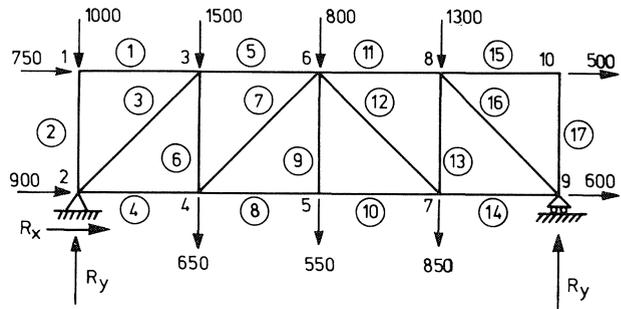


Fig. 4

BARRA	I	J
1	1	3
2	1	2
3	2	3
4	2	4
5	3	6
6	3	4
7	4	6
8	4	5
9	5	6
10	5	7
11	6	8
12	6	7
13	7	8
14	7	9
15	8	10
16	8	9
17	9	10

COORDENADAS DE NUDOS

NUDO	X(M)	Y(M)
1	0.00	2.00
2	0.00	0.00
3	2.00	2.00
4	2.00	0.00
5	4.00	0.00
6	4.00	2.00
7	6.00	0.00
8	6.00	2.00
9	8.00	0.00
10	8.00	2.00

ACCIONES

NUDO	FX(KP)	FY(KP)
1	750.00	- 1000.00
2	900.00	0.00
3	0.00	- 1500.00
4	0.00	- 650.00
5	0.00	- 550.00
6	0.00	- 800.00
7	0.00	- 850.00
8	0.00	- 1300.00
9	600.00	0.00
10	500.00	0.00

El resultado del análisis se muestra a continuación:

REACCIONES:

APOYO FIJO

RX=-2750 (KP) RY= 3512.5 (KP)

APOYO MOVIL

RY= 3137.5 (KP)

BARRA AXIAL(KP)

BARRA	AXIAL(KP)
1	- 750.00
2	- 1000.00
3	- 3553.21
4	4362.50
5	- 3262.50
6	1012.50
7	- 512.65
8	4725.00
9	550.00
10	4725.00
11	- 2637.50
12	- 1396.54
13	1837.50
14	3737.50
15	500.00
16	- 4437.10
17	0.00

4. COMPARACION DEL METODO PROPUESTO CON EL METODO DE RIGIDEZ

Con el método secuencial se pueden analizar estructuras de gran número de nudos, incluso con ordenadores de pequeña capacidad de memoria (ordenadores personales), sin necesidad de ninguna memoria periférica; es decir, los datos topológicos y mecánicos, junto a los resultados obtenidos, se encuentran en todo momento en memoria central.

Llamaremos N al número de ecuaciones del sistema que hay que plantear; dicho valor viene dado por el producto del número total de nudos de la estructura por los grados de libertad de los mismos. Siendo SB el semiancho de banda de la matriz de rigidez, la memoria mínima requerida es: $N * SB - SB * [SB - 1] / 2$, cuando se utilizan las simplificaciones basadas en la simetría de dicha matriz, y no se almacenan sus elementos nulos.

Por otra parte, en estructuras articuladas cuando la conectividad de uno cualquiera de sus nudos sea como mínimo del orden de tres unidades; en este caso la diferencia máxima entre los índices de los nudos para cualquier ordenación posible es de dos, por lo que el ancho de banda mínimo posible es $SB = 6$ y la memoria requerida será proporcional a $6N$. Con el método propuesto la capacidad de memoria requerida, es la necesaria para almacenar únicamente dos ecuaciones.

En cuanto al tiempo de cálculo, y siempre en las condiciones más desfavorables para el método secuencial, el método de rigidez necesita un tiempo proporcional a $N*SB^2/2$, que para una estructura con conectividad global 3, sería 18 N. Por supuesto que a este tiempo habría que añadirle el que se invierte en la transferencia de datos cuando se utiliza memoria periférica. Por el contrario, en el método secuencial, el tiempo requerido es el que invierte el ordenador en resolver N-1 veces un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que, por otra parte, no se plantea como tal, ya que la solución del mismo se formula de forma explícita.

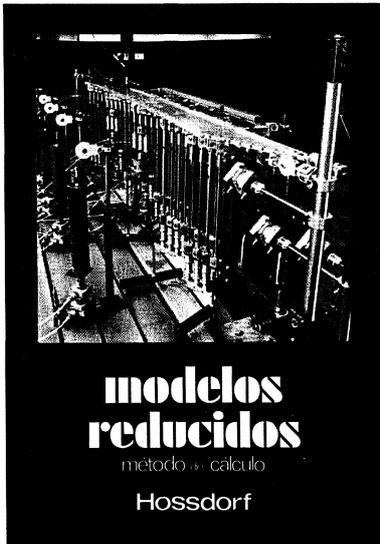
Por último, cabe destacar la facilidad de codificación del método propuesto que permite sea realizada por personas de formación informática media, no necesitando de técnicas especiales de algoritmos de reducción de ancho de banda, almacenamiento mínimo de la matriz de rigidez y resolución del sistema de ecuaciones que requiere el método de rigidez. El autor del presente trabajo ha comprobado que en un ordenador personal de 32 Kbytes es posible analizar estructuras articuladas isostáticas canónicas planas de 400 nudos en poco más de nueve minutos.

5. BIBLIOGRAFIA

1. CARNAHAN, LUTHER, y WILKES: «Cálculo numérico». (Versión española de Applied Numerical Methods). Ed. John Wiley & Sons. Madrid. 1979.
2. MEEK, J. L.: «Matrix Structural Analysis». McGraw-Hill. New York, 1971.
3. RECUERO, A. y GUTIERREZ, J. P.: «Contribución al análisis de grandes estructuras en pequeños ordenadores». N.º 341 de Informes de la Construcción. IETCC. Madrid, 1977.
4. RECUERO, A., y GUTIERREZ, J. P.: «Consideraciones sobre la formación de la matriz de rigidez de una estructura». N.º 356 de Informes de la Construcción. IETCC. Madrid, 1979.
5. WRIGHT, E. W.: «Structural Design by computer». Van Nostrand-Reinhold Company. Londres, 1976.



publicaciones del I.E.T.c.c.



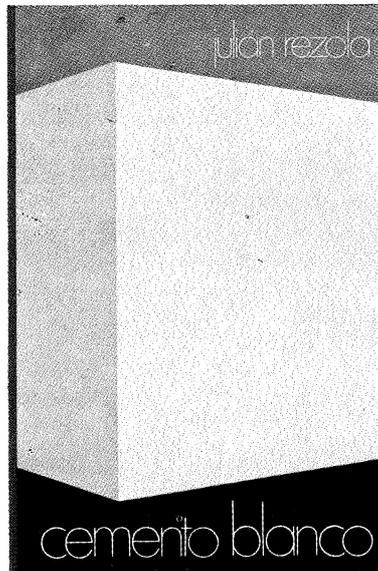
Modelos reducidos. Método de cálculo

H. Hosdorf, Ingeniero Civil

La técnica de los ensayos en modelos reducidos de estructuras sufre hoy día una decisiva metamorfosis. Hasta hace poco era un medio más bien de artesanía, que no siempre era tomado en serio por los académicos teorizantes para comprender el comportamiento resistente de las estructuras complejas y al que se acudió las más de las veces, como a un último remedio debido a sus indiscutibles insuficiencias. Sin embargo, en poco tiempo y gracias a su conexión con los ordenadores digitales, se ha transformado en un instrumento científicamente valioso, que no puede quedar a un lado en la práctica diaria del Ingeniero Projectista.

Un volumen encuadernado en cartón plastificado con lomo de tela, de 17 x 24 cm, compuesto de 250 páginas, 158 figuras y fotografías.

Precios: 1.800 ptas.; \$ USA 26.00.



Cemento blanco

Julián Rezola
Ingeniero Químico Dipl. I. Q. S.

Sabido es que existe una extensa y documentada bibliografía sobre el cemento gris; en cambio, no puede decirse lo mismo acerca del cemento portland blanco, ya que los escritos existentes se refieren tan sólo a algunas peculiaridades que le distinguen de aquél.

El autor nos ofrece sus profundos conocimientos y su larga experiencia tanto en laboratorio como en fabricación.

La parte descriptiva del libro se complementa con gráficos, diagramas y fotografías de gran utilidad, destinados a conseguir la aplicación apropiada de este aglomerante.

Un volumen encuadernado en cartón policerado, de 17,4 x 24,3 cm, compuesto de 395 páginas, numerosas figuras, tablas y ábacos.

Precios: España, 1.700 ptas.; extranjero, \$ 34.



La presa bóveda de Susqueda

A. Rebollo,
Dr. Ingeniero de Caminos

El esfuerzo del constructor de presas se sitúa, por su pretensión de perennidad, a contracorriente de las tendencias de la civilización actual, caracterizada por lo fungible. Pueden evocarse las 10.000 grandes presas en funcionamiento o en construcción que están envejeciendo y reclaman los cuidados gerontológicos para mantener y perfeccionar su servicio y garantizar su inalienable pretensión de perennidad. En la medida en que todas nuevas obras, grandes o pequeñas, son portadoras de riesgos ecológicos y, a veces, catastróficos, que aumentan con el envejecimiento, la gerontología de las presas es todo un empleo. La acción adelantada de Arturo Rebollo en este terreno marca un camino a seguir para todos los que aman su propia obra con la devoción paternal que él ha puesto en Susqueda.

Un volumen encuadernado en cartón plastificado con lomo de tela, de 18 x 24,5 cm, compuesto de 408 páginas, 330 figuras y fotografías y 39 tablas.

Precios: 1.700 ptas.; extranjero, \$ USA 24.00.