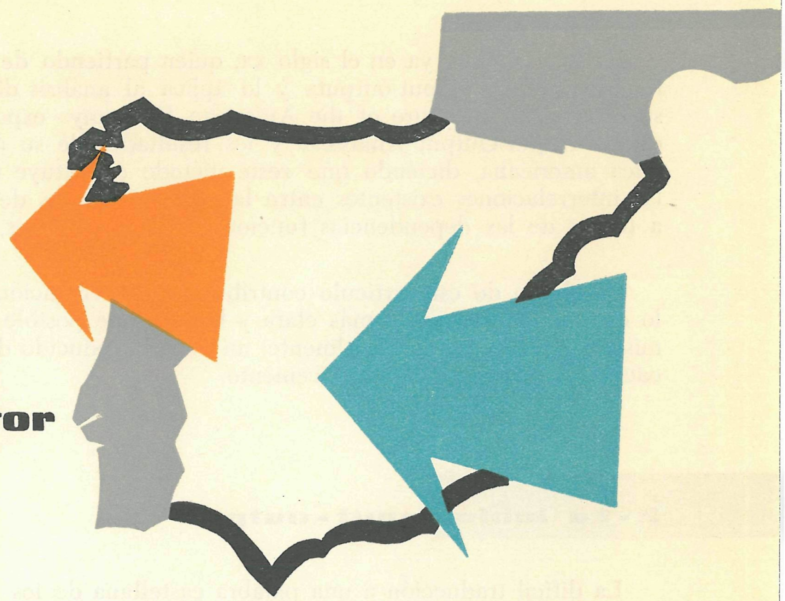
Informes de la Construcción Vol. 17, nº 162
Julio de 1964

920 - 3



el análisis input - output

una aplicación al sector cemento

JAVIER DE PARADA
Licenciado en Ciencias Económicas

1 - Antecedentes históricos

Cuando en 1758 el Dr. F. Quesnay, médico de Luis XV, formula su famoso «Tableau Economique», las ideas sobre la interdependencia general de los sectores económicos calaron profundamente en el espíritu de los economistas de la época. La escuela fisiócrata, entonces en boga, consideraba el «dejar obrar» a las leyes naturales como la mejor forma de gobierno. Quesnay intuyó el movimiento natural circulatorio de los bienes económicos, y como fruto de sus investigaciones surgió el celebérrimo «Tableau Economique», que fue aclamado por sus contemporáneos como uno de los más grandes descubrimientos de la Historia.

Como afirma Einaudi, la «idea-fuerza» del «Tableau Economique» es la idea de interdependencia general: «Toda cantidad producida está condicionada por otra, a la vez que por la forma en que ella misma queda distribuida entre quienes contribuyeron a crearla. Nada podría salir (output) de ese circuito que permite vivir a los hombres si éstos no estuvieran reintroduciendo constantemente algo (input) en él, a fin de hacer continuo, perpetuo, ese movimiento que alimenta al conjunto.»

Las ideas de Quesnay, no obstante producir tan fuerte impacto, fueron olvidadas ante las nuevas teorías clásicas de J. B. Say, A. Smith y seguidores. Así, hasta 1874, con Walras, no vuelve a surgir, otra vez a primer plano, la idea de interdependencia general de los sectores económicos. Walras, célebre economista de la escuela matemática, intenta la elaboración de un esquema formal que reflejase el equilibrio económico general, y así, en su obra «Elementos de Economía Política» expone una teoría matemática del equilibrio económico general mediante un complejo sistema de ecuaciones en el que se traducen todas las actividades de producción y de consumo de un sistema económico.

Sin embargo, tanto los ensayos de Quesnay como los de Walras por explicar las relaciones existentes dentro de un sistema económico, no pasaron de ser extraordinarias exposiciones teóricas. Cuando se intentaba la aplicación práctica de los instrumentos de análisis elaborados por esos dos grandes economistas, se tropezaba, principalmente, con dos barreras infranqueables:

a) la inadecuación de los métodos matemáticos existentes para resolver ciertos problemas de cálculo, y

b) el escaso desarrollo alcanzado por las estadísticas que llevaba, siempre que se trataba de demostrar alguna aplicación práctica, a utilizar ejemplos numéricos totalmente ficticios.

Es W. Leontief, ya en el siglo xx, quien partiendo de las ideas de Walras y Quesnay elabora su famoso modelo «input-output» y lo aplica al análisis de la estructura económica norteamericana. En su obra «The structure of the American Economy» expone por vez primera los fundamentos teóricos de su «Input-Output Analysis» y los resultados de su aplicación al estudio de la estructura económica americana, diciendo que «este método constituye una tentativa general de estudio empírico en las interrelaciones existentes entre las diversas partes de una economía nacional tal como se revelan a través de las dependencias funcionales de los precios, cantidades producidas, inversiones y rentas».

Es objeto de este artículo contribuir a la divulgación de este método de análisis económico, por lo cual expondremos, lo más clara y brevemente posible, el significado y principios fundamentales del mismo, y elaboraremos, finalmente, un modelo reducido de tabla «input-output» para realizar una aplicación al análisis del sector cemento.

2 - La tabla input - output

La difícil traducción a una palabra castellana de los términos «input-output» nos obligará a utilizarlos en su versión original en todo nuestro artículo, por lo que, previamente, es necesario familiarizarse con estos conceptos.

Por «inputs» expresamos cantidades de bienes o servicios que intervienen, como factores productivos, en la producción de bienes, en general, de un sector económico cualquiera. Para homogeneizar tales cantidades las valoraremos en dinero.

Así, consideraremos como «inputs» de un sector: los pagos de materias primas empleadas por tal sector, los pagos de servicios, las cantidades pagadas como remuneraciones al trabajo personal (sueldos, salarios, gratificaciones, seguridad social, etc.), las cantidades pagadas como remuneraciones al capital (rentas, beneficios, intereses, dividendos, etc.), y los impuestos pagados al Gobierno.

Por «outputs» de un sector consideraremos los bienes o servicios producidos por tal sector, independientemente del empleo que se dé a tales bienes.

Entonces, dividida la actividad económica en sectores, podemos construir una tabla estadística de doble entrada que recoja:

a) en filas, las ventas (outputs) del sector que encabeza la fila a todos los demás sectores;

b) en columnas, las compras (inputs) del sector que encabeza la columna a todos los demás sectores.

Es decir, leída la tabla en sentido horizontal, por filas, nos dice cómo la producción total de cada sector, valorada en unidades monetarias, se distribuye entre los restantes, y leída en sentido vertical, por columnas, nos dice de donde proceden los bienes y servicios (inputs) que cada sector ha necesitado para su producción.

Así elaboramos la llamada tabla Input-Output, cuyo modelo general aparece en el cuadro 1, dividiéndose la actividad económica en dos grandes grupos de sectores:

A) *Sectores productivos,* que recogen la totalidad de empresas de un país encuadradas dentro de alguna de las tres grandes ramas de actividad económica: Agricultura, Industria y Servicios.

B) *Sectores finales* o Demanda final, que indican el destino final dado a los bienes producidos.

CUADRO 1. MODELO DE TABLA INPUT-OUTPUT

Sectores adquirentes / Sectores productores	SECTORES PRODUCTIVOS 1	2	....	j	....	n	TOTAL Transacciones inter-industriales	SECTORES FINALES Comercio exterior	Economías familiares	Gobierno	Formación bruta de capital	Existencias	TOTAL Demanda final	OUTPUT TOTAL
1	x_{11}	x_{12}	....	x_{1j}	....	x_{1n}	$T_1=\sum_1^n x_{1r}$	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	$D_1=\sum_1^5 d_{1r}$	$X_1=T_1+D_1$
2	x_{21}	x_{22}	....	x_{2j}	....	x_{2n}	$T_2=\sum_1^n x_{2r}$	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	$D_2=\sum_1^5 d_{2r}$	$X_2=T_2+D_2$
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	x_{11}	x_{12}	....	x_{1j}	....	x_{1n}	$T_1=\sum_1^n x_{1r}$	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	$D_1=\sum_1^5 d_{1r}$	$X_1=T_1+D_1$
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	x_{n1}	x_{n2}	....	X_{nj}	....	x_{nn}	$T_n=\sum_1^n x_{nr}$	d_{n1}	d_{n2}	d_{n3}	d_{n4}	d_{n5}	$D_n=\sum_1^5 d_{nr}$	$X_n=T_n+D_n$
Total transacciones interindustriales	$S_1=\sum_1^n x_{r1}$	$S_2=\sum_1^n x_{r2}$	....	$S_j=\sum_1^n x_{rj}$	....	$S_n=\sum_1^n x_{rn}$								
Comercio exterior	h_{11}	h_{12}	....	h_{1j}	....	h_{1n}								
Economías familiares	h_{21}	h_{22}	....	h_{2j}	....	h_{2n}								
Gobierno.	h_{31}	h_{32}	....	h_{3j}	....	h_{3n}								
Formación bruta de capital... ...	h_{41}	h_{42}	....	h_{4j}	....	h_{4n}								
Existencias... ...	h_{51}	h_{52}	....	h_{5j}	....	h_{5n}								
Total Demanda final...	$H_1=\sum_1^5 h_{r1}$	$H_2=\sum_1^5 h_{r2}$	....	$H_j=\sum_1^5 h_{rj}$	....	$H_n=\sum_1^5 h_{rn}$								
Inprt total... ...	$X_1=S_1+H_1$	$X_2=S_2+H_2$	....	$X_j=S_j+H_j$	....	$X_n=S_n+H_n$								

Siguiendo el modelo de Leontief, se especifican cinco sectores finales:

1.° *Comercio exterior,* que recoge:

— en fila: importaciones realizadas por cada sector.

— en columna: exportaciones de productos o servicios del sector respectivo.

2.° *Economías familiares,* que recoge:

— en fila: ingresos de los particulares por rentas de tierra, trabajo y capital pagadas por los distintos sectores.

— en columna: gastos de los particulares en bienes y servicios.

3.° *Gobierno,* que recoge:

— en fila: ingresos del Gobierno por impuestos.

— en columna: gastos del Gobierno por compra de bienes y servicios.

4.° *Formación bruta de capital privado,* que recoge:

— en columna: bienes de capital (maquinaria, construcciones, medios de transporte, etc.) adquiridos por las empresas.

Característica de este sector es el no poseer «outputs», pues siguiendo el criterio de Leontief, y que siguen también las tablas españolas (*): «no pueden considerarse como entradas de los distintos sectores productivos las compras de equipo capital por ellos realizadas en el período considerado, ya que esto equivaldría a cargar el importe total de las mismas sobre el coste de la producción de un solo año. Lo que sí es lícito es cargar sobre el coste anual de la producción las amortizaciones por desgaste del equipo productivo durante ese período; esas amortizaciones se incluyen en el sector Economías familiares».

5.° *Existencias,* que recoge:

— en fila: materias primas consumidas en el período, procedentes de períodos anteriores.

— en columna: productos sobrantes una vez satisfecha la demanda final.

Podemos dividir la tabla en cuatro partes o submatrices, tal como aparece en el cuadro 1: la submatriz 1 recoge las relaciones económicas entre las empresas; la 2 y 3, las relaciones entre las empresas y la demanda final (compras y ventas, respectivamente, de las empresas a los sectores finales), y la 4, las interrelaciones de los sectores finales.

La parte fundamental de la tabla la constituye la submatriz 1, donde se refleja con todo detalle la estructura del «sector empresas»; sin embargo, no ocurre lo mismo con los sectores finales, que son tratados más superficialmente. Por esto, la tabla se complementa admirablemente con la Contabilidad nacional, en la cual se explican más detalladamente las relaciones entre los sectores finales de la economía.

(*) «La estructura de la economía española. Tabla Input-Output». Instituto de Estudios Políticos, 1958.

3 - El análisis «input-output»

Aunque la tabla es el instrumento básico del análisis «input-output», no hay que confundir éste con aquélla.

La tabla, como hemos expuesto anteriormente, no es más que un cuadro estadístico que clasifica y agrupa las corrientes de bienes y servicios que circulan en un sistema económico a lo largo de un período determinado, generalmente un año.

Sin embargo, el análisis trata de explicar las relaciones que ligan a esas corrientes para establecer conclusiones y predicciones sobre cómo se verá afectado el sistema por determinados hechos económicos y, como consecuencia, resulta indispensable para la planificación.

El análisis «input-output» está basado en una hipótesis fundamental: *la constancia de los coeficientes estructurales.* En general, se entiende por «coeficiente estructural» (a_{ij}) la relación:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

donde:

x_{ij} = cantidad vendida por el Sector i al Sector j.
X_j = output o Producción total del Sector j.

Por tanto, el significado económico de a_{ij} (coeficiente estructural correspondiente a la casilla x_{ij} de la tabla) es: cantidad de materia prima o «input» adquirida al Sector i por el Sector j necesaria para producir una unidad de producto del Sector j.

Es obvio que tendremos tantas relaciones estructurales como casillas tenga la submatriz 1.

La naturaleza técnica de los coeficientes estructurales, al ser relaciones factor-producto, hace que también se les denomine «coeficientes técnicos».

De la tabla podemos obtener otras relaciones. Por ejemplo, para un Sector i cualquiera se cumple:

$$S_i + H_i = T_i + D_i$$

relación que expresa la igualdad entre el «input» total de un Sector y el «output» total de ese mismo Sector. Esta igualdad se cumple siempre, ya que ambas cantidades representan el valor de los productos elaborados, calculado bien por los ingresos que originan sus salidas o ventas, bien por los gastos que ocasionan sus salidas o ventas, bien por los gastos que ocasionan la compra de primeras materias, servicios, impuestos y remuneraciones a los factores tierra, trabajo y capital.

Ecuaciones meramente contables obtenidas de las filas de la tabla son las siguientes:

$$\left.\begin{array}{l}
x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1j} + \ldots + x_{1n} + D_1 = X_1 \\
x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2j} + \ldots + x_{2n} + D_2 = X_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{ij} + \ldots + x_{in} + D_i = X_i \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_{n1} + x_{n2} + \ldots + x_{nj} + \ldots + x_{nn} + D_n = X_n
\end{array}\right\} \quad [1]$$

Siendo [A] la matriz de coeficientes estructurales, es decir

$$[A]=\begin{bmatrix} a_{11}=\dfrac{x_{11}}{X_1} & a_{12}=\dfrac{x_{12}}{X_2} & \dots\ a_{1n}=\dfrac{x_{1n}}{X_n} \\ a_{21}=\dfrac{x_{21}}{X_1} & a_{22}=\dfrac{x_{22}}{X_2} & \dots\ a_{2n}=\dfrac{x_{2n}}{X_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}=\dfrac{x_{n1}}{X_1} & a_{n2}=\dfrac{x_{n2}}{X_2} & \dots\ a_{nn}=\dfrac{x_{nn}}{X_n} \end{bmatrix}$$

las ecuaciones [1] quedan de la siguiente forma:

$$\left.\begin{array}{l} X_1 - a_{11} X_1 - a_{12} X_2 - \dots - a_{1n} X_n = D_1 \\ X_2 - a_{21} X_1 - a_{22} X_2 - \dots - a_{2n} X_n = D_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ X_n - a_{n1} X_1 - a_{n2} X_2 - \dots - a_{nn} X_n = D_n \end{array}\right\}$$

sistema que se puede expresar en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} - \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1-a_{22} - \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} - \dots & 1-a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix}$$

esto es:

$$[I-A]\ [X]=[D]$$

Si premultiplicamos ambos miembros de esta ecuación por la matriz inversa $[I-A]^{-1}$ nos resulta:

$$\boxed{[X]=[I-A]^{-1}\,[D]}$$

ecuación fundamental del análisis «input-output» que nos permite, una vez calculada la matriz inversa, predecir la producción necesaria de cada sector para satisfacer unas cantidades determinadas de demanda final.

Aunque la solución del problema es conceptualmente sencilla, las dificultades de cálculo en la resolución de determinantes de un orden elevado hizo imposible la elaboración de modelos de Leontief hasta no disponer de las recientes calculadoras electrónicas.

El análisis «input-output» nos permite realizar planes económicos consistentes, pues nos indicará que para satisfacer, por ejemplo, una exportación de 100 unidades de un cierto producto, no sólo será necesario producir esas 100 unidades, sino una cantidad mayor, la cual vendrá determinada por todas las filtraciones y demandas intermedias que se produzcan entre los sectores productivos como consecuencia de la interdependencia económica general.

Es preciso recalcar que este tipo de análisis predictivo tiene utilidad práctica en tanto permanezcan inalterados los coeficientes técnicos, hipótesis fundamental en que se basa el análisis. A corto plazo no repugna admitir tal hipótesis, puesto que las estructuras productivas no varían radicalmente. Sin embargo, a largo plazo la veracidad de tal supuesto es más problemática, por lo cual el análisis «input-output» no debe emplearse para predicciones a plazo dilatado.

Con objeto de lograr una mayor constancia en el tiempo de los coeficientes técnicos, las tablas españolas están construidas a precios de productor, desglosando de cada «input» parcial los gastos de transporte, márgenes comerciales e impuestos indirectos, partidas que pueden ser objeto de una variación mayor. Tales partidas figuran en sectores aparte.

4 - Aplicación

Como se indicó en el apartado anterior, la utilidad primordial del análisis «input-output» reside en su aplicación para la previsión económica. Mediante la matriz inversa se puede determinar: la medida en que ha de variar la producción de cada sector para alcanzar, por ejemplo, un determinado nivel de inversiones en construcción y obras públicas; el esfuerzo que exigiría el incremento de las exportaciones, no sólo a los sectores directamente suministradores de las mercancías exportadas, sino a otros que, a primera vista, parecerían ajenos al problema; el contenido directo e indirecto de importaciones y trabajo comprendido en cada unidad de producto; las consecuencias de determinadas decisiones políticas (por ejemplo, efectos de una política de racionamiento), etc.

También se pueden realizar estudios comparativos entre tablas construidas en diversos períodos o países, con objeto de establecer diferencias en productividades y estructuras de costes; incluso es posible elaborar tablas para análisis regionales.

Siguiendo en nuestra línea de divulgación del análisis «input-output», realizaremos seguidamente una aplicación del mismo, con las salvedades apuntadas en el apartado anterior, al estudio de las necesidades de cemento para unas determinadas inversiones en construcción.

Para ello, partiendo de los datos de la última tabla española (*) se ha procedido a una agregación de sectores, elaborando una tabla reducida que comprende nueve sectores productivos (cuadro 2) (**).

El problema que se plantea ahora es el siguiente: previstos unos determinados planes de inversión en Construcción y Obras Públicas, ¿qué producción tendrá que alcanzar el sector cemento, en particular, y todos los demás sectores, en general, para hacer factibles esos planes?

La solución la obtenemos resolviendo el sistema fundamental:

$$[I - A]^{-1} [D^*] = [X^*] \qquad [2]$$

que plantea el problema previo de calcular la matriz inversa.

(*) Organización Sindical, 1962.—Tabla «input-output» de la economía española. Año 1958.

(**) Los sectores han sido escogidos atendiendo al valor de los productos vendidos al sector cemento (es decir, se han tomado explícitamente los sectores que aportan los «Inputs» más importantes al sector cemento). La agregación de la tabla española ha sido realizada de la siguiente manera:

Sector 1.—*Canteras y tierras*, equivale al Sector 50 de la tabla española.
Sector 2.—*Manufactura de papel y cartón*, equivale al Sector 121 de la tabla española.
Sector 3.—*Combustibles y energía eléctrica*, equivale a los sectores 40, 41, 42, 43, 144 y 178 de la tabla española.
Sector 4.—*Cemento y cal hidráulica*, equivale al Sector 165 de la tabla española.
Sector 5.—*Derivados del cemento*, equivale al Sector 167 de la tabla española.
Sector 6.—*Construcción y Obras Públicas*, equivale a los Sectores 172, 173, 174, 175, 176 y 177 de la tabla española.
Sector 7.—*Transportes*, equivale a los Sectores 180, 183, 184 y 185 de la tabla española.
Sector 8.—*Instituciones de Crédito*, equivale al Sector 191 de la tabla española.
Sector 9.—*Otros Sectores*, comprende todos los demás Sectores no especificados anteriormente.
Sector 10.—*Demanda final*, comprende los cinco Sectores finales: Comercio exterior, Economías familiares, Gobierno, Formación bruta de capital privado y Existencias.

CUADRO 2. MODELO REDUCIDO DE TABLA INPUT-OUTPUT DE LA ECONOMIA ESPAÑOLA. AÑO 1958.
(en millones de pesetas).

Sectores adquirentes \ Sectores productores	1 Canteras y tierras	2 Manufacturas de papel y cartón	3 Combustibles y energía eléctrica	4 Cemento y cal hidráulica	5 Derivados del cemento	6 Construcción y Obras Públicas	7 Transporte	8 Instituciones de Crédito	9 Otros sectores	10 Demanda final	OUTPUT TOTAL
1. Canteras y tierras	—	—	4,8	83,9	5,0	682,3	—	—	641,5	10,2	1427,7
2. Manufacturas de papel y cartón	3,2	—	7,2	459,6	0,2	5,1	12,1	4,9	1315,0	638,2	2445,5
3. Combustibles y energía eléctrica	37,1	9,4	3344,8	1030,0	18,8	488,8	3971,8	143,3	14526,6	9752,9	33323,5
4. Cemento y cal hidráulica ...	—	—	—	—	250,1	3186,2	—	—	0,2	21,9	3458,4
5. Derivados del cemento ...	—	—	—	—	—	1642,0	—	—	5,0	67,2	1714,2
6. Construcción y Obras Públicas	0,2	4,5	65,0	5,5	2,5	—	41,4	35,0	2710,7	55035,2	57900,0
7. Transporte	7,5	92,7	321,2	372,7	86,0	2768,0	2053,9	40,9	12915,9	30144,0	47364,5
8. Instituciones de crédito ...	52,0	52,5	548,7	69,5	48,3	2550,6	626,6	319,2	12865,8	6290,3	23423,5
9. Otros sectores	116,3	14,397	1748,5	213,4	223,4	18487,4	8242,4	1313,5	355261,2	462833,3	849879,1
10. Demanda final	1211,4	846,7	27283,3	1223,8	1079,9	28089,6	33854,6	21566,7	449637,2	74527,4	639320,6
Input total	1427,7	2445,5	33323,5	3458,4	1714,2	57900,0	47364,5	23423,5	849879,1	639320,6	1660257,0

La matriz $[A]$ de coeficientes técnicos (cuadro 3) la obtenemos a partir de los datos de la tabla (cuadro 2) y en la forma que se expuso en el apartado 3. La matriz $[I - A]$, diferencia entre la matriz unitaria y la matriz $[A]$, aparece en el cuadro 4. El cálculo de la matriz inversa $[I - A]^{-1}$ lo abordaremos más adelante. $[X^*]$ es el vector columna de las producciones u «outputs» de cada sector necesarios para satisfacer las demandas finales contenidas en $[D^*]$, tales «outputs» constituyen las incógnitas del problema. $[D^*]$ es el vector columna de las demandas finales previstas en cada sector, es decir:

$$[D^*] = \begin{bmatrix} D_1^* \\ D_2^* \\ \vdots \\ D_9^* \end{bmatrix}$$

[Colocamos el asterisco para diferenciar las demandas finales previstas (en este caso los planes de inversión en construcción) para períodos futuros, de las demandas finales que aparecen en la tabla (cuadro 2)].

CUADRO 3. MATRIZ [A] DE COEFICIENTES TECNICOS.

SECTORES	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	—	—	0,0001	0,0242	0,0029	0,0117	—	—	0,0007
2	0,0022	—	0,0002	0,1328	0,0001	—	0,0002	0,0002	0,0015
3	0,0259	0,0038	0,1003	0,2978	0,0109	0,0084	0,0838	0,0061	0,0170
4	—	—	—	—	0,1458	0,0550	—	—	—
5	—	—	—	—	—	0,0283	—	—	—
6	—	0,0018	0,0019	0,0016	0,0014	—	0,0008	0,0014	0,0031
7	0,0052	0,0379	0,0096	0,1077	0,0501	0,0478	0,0433	0,0017	0,0151
8	0,0364	0,0214	0,0164	0,0201	0,0281	0,0440	0,0132	0,0136	0,0151
9	0,0814	0,5887	0,0524	0,0617	0,1303	0,3192	0,1740	0,0560	0,4180

CUADRO 4. MATRIZ [I-A] DE COEFICIENTES TECNICOS.

SECTORES	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,0000	—	— 0,0001	— 0,0242	— 0,0029	— 0,0117	—	—	— 0,0007
2	— 0,0022	1,0000	— 0,0002	— 0,1328	— 0,0001	—	— 0,0002	— 0,0002	— 0,0015
3	— 0,0259	— 0,0038	0,8996	— 0,2978	— 0,0109	— 0,0084	— 0,0838	— 0,0061	— 0,0170
4	—	—	—	1,0000	— 0,1458	— 0,0550	—	—	—
5	—	—	—	—	1,0000	— 0,0283	—	—	—
6	—	— 0,0018	— 0,0019	— 0,0016	— 0,0014	1,0000	— 0,0008	— 0,0014	— 0,0031
7	— 0,0052	— 0,0379	— 0,0096	— 0,1077	— 0,0501	— 0,0478	0,9567	— 0,0017	— 0,0151
8	— 0,0364	— 0,0214	— 0,0164	— 0,0201	— 0,0281	— 0,0440	— 0,0132	0,9864	— 0,0151
9	— 0,0814	— 0,5887	— 0,0524	— 0,0617	— 0,1303	— 0,3192	— 0,1740	— 0,0560	0,5820

En nuestro caso, si sólo nos interesa conocer las repercusiones de un plan de inversiones en el Sector 6: Construcción y Obras Públicas, prescindiendo de las demandas finales de los demás sectores, tendremos:

$$[D^*] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ D_6{}^* \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para nuestro estudio de aplicación del análisis «input-output» vamos a considerar como valor de $D_6{}^*$ las inversiones previstas por el Plan de la Vivienda y el Plan General de Carreteras, datos que figuran en el cuadro 5.

CUADRO 5. PLANES DE INVERSIONES.

(miles de millones de pesetas).

AÑOS	Inversión en viviendas	Inversión en carreteras	TOTAL
1964	24,4	6,6	31,0
1965	26,3	7,7	34,0
1966	28,1	8,9	37,0
1967	30,0	10,1	40,1

Si suponemos calculada la matriz inversa, y sean sus elementos $r_{11}\ r_{12} \dots r_{99}$, la ecuación fundamental [2] queda para el año 1964:

$$\begin{bmatrix} r_{11}\ r_{12} \dots r_{16} \dots r_{19} \\ r_{21}\ r_{22} \dots r_{26} \dots r_{29} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ r_{61}\ r_{62} \dots r_{66} \dots r_{69} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ r_{91}\ r_{92} \dots r_{96} \dots r_{99} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 31{,}0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1{}^* \\ X_2{}^* \\ \vdots \\ X_6{}^* \\ \vdots \\ X_9{}^* \end{bmatrix}$$

de donde obtenemos las soluciones:

$$\begin{aligned} X_1{}^* &= 31{,}0\, r_{16} \\ X_2{}^* &= 31{,}0\, r_{26} \\ &\vdots \\ X_9{}^* &= 31{,}0\, r_{96} \end{aligned}$$

de la misma forma para los años 1965, 1966 y 1967, obtenemos:

Año 1965	Año 1966	Año 1967
$X_1{}^* = 34{,}0\, r_{16}$	$X_1{}^* = 37{,}0\, r_{16}$	$X_1{}^* = 40{,}1\, r_{16}$
$X_2{}^* = 34{,}0\, r_{26}$	$X_2{}^* = 37{,}0\, r_{26}$	$X_2{}^* = 40{,}1\, r_{26}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$X_9{}^* = 34{,}0\, r_{96}$	$X_9{}^* = 37{,}0\, r_{96}$	$X_9{}^* = 40{,}1\, r_{96}$

Es interesante analizar el significado económico de los elementos de la matriz inversa. Para ello supongamos, en general, una economía con n sectores productivos donde queremos conocer las producciones necesarias de cada sector para satisfacer una unidad de demanda final del Sector 1, entonces tendremos:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^* \\ X_2^* \\ \vdots \\ X_n^* \end{bmatrix}$$

de donde $r_{11} = X_1^*$; $r_{12} = X_2^*$; ... ; $r_{n1} = X_n^*$, es decir:

r_{11} indica la cantidad de producción del Sector 1 necesaria para satisfacer una unidad de demanda final de ese mismo Sector.

r_{21} indica la cantidad de producción del Sector 2 necesaria para satisfacer una unidad de demanda final del Sector 1.

En general:

r_{ij} indicará la cantidad de producción u «output» del Sector i necesario para satisfacer una unidad de demanda final del Sector j.

Abordaremos ahora el cálculo de la matriz inversa $[I - A]^{-1}$. El problema de invertir una matriz no es de fácil solución práctica por los métodos ordinarios de desarrollo de determinantes, por lo cual se ha procedido a resolver el problema empleando un método de cálculo numérico, habiéndose utilizado el método de Crout como más abreviado.

Sin exponer los fundamentos teóricos de este método elaboraremos las tablas y las fórmulas generales para su utilización práctica.

En general, si $[B]$ es la matriz inversa de $[b]$ se cumple:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

que exige la igualdad, elemento a elemento, de la matriz producto y la matriz unitaria, lo cual da origen al planteamiento de n sistemas lineales de n ecuaciones con n incógnitas.

El método de Crout permite resolver simultáneamente, y de un modo mecánico, los n sistemas lineales. El proceso práctico a seguir consiste en la construcción de tres tablas. La tabla I es la formada con los datos del problema: las b_{ij} son los coeficientes de los sistemas lineales o elementos de la matriz $[b]$, las K_{ij} son los términos independientes o elementos de la matriz unitaria, y las S_i son las sumas de las respectivas filas, es decir:

$$S_i = \sum_{h=1}^{n} b_{ih} + \sum_{h=1}^{n} K_{ih} \quad (i = 1, 2, \ldots n)$$

Tabla I

b_{11}	b_{12}	b_{13}	$\ldots b_{1n}$	K_{11}	K_{12}	$\ldots K_{1n}$	S_1
b_{21}	b_{22}	b_{23}	$\ldots b_{2n}$	K_{21}	K_{22}	$\ldots K_{2n}$	S_2
b_{31}	b_{32}	b_{33}	$\ldots b_{3n}$	K_{31}	K_{32}	$\ldots K_{3n}$	S_3
b_{n1}	b_{n2}	b_{n3}	$\ldots b_{nn}$	K_{n1}	K_{n2}	$\ldots K_{nn}$	S_n

Tabla II

b_{11}	$c_{12}\ c_{13} \dots c_{1n}$	$m_{11}\ m_{12} \dots m_{1n}$	t_1
b_{21}	$c_{22}\ c_{23} \dots c_{2n}$	$m_{21}\ m_{22} \dots m_{2n}$	t_2
b_{31}	$c_{32}\ c_{33} \dots c_{3n}$	$m_{31}\ m_{32} \dots m_{3n}$	t_3
...	...	...	...
b_{n1}	$c_{n2}\ c_{n3} \dots c_{nn}$	$m_{n1}\ m_{n2} \dots m_{nn}$	t_n

La tabla II es una tabla auxiliar, obtenida a partir de la I mediante las fórmulas:

$$c_{1i} = \frac{b_{1i}}{b_{11}} \qquad (i = 2,\ 3, \dots n)$$

$$c_{ij} = b_{ij} - b_{i1} c_{1j} - c_{i2} c_{2j} - \dots - c_{i,j\text{-}1} c_{j\text{-}1,j} \left\{ \begin{array}{l} \text{para } i \geqq j \\ (i = 2,\ 3 \dots n) \\ (j = 2,\ 3 \dots n) \end{array} \right.$$

$$c_{ij} = \frac{b_{ij} - b_{i1} c_{1j} - c_{i2} c_{2j} - \dots - c_{i,i\text{-}1} c_{i\text{-}1,j}}{c_{ii}} \left\{ \begin{array}{l} \text{para } i < j \\ (i = 2,\ 3 \dots n - 1) \\ (j = 3,\ 4 \dots n) \end{array} \right.$$

Tabla III

$b_{11}\ c_{12}\ c_{13} \dots c_{1n}$	$B_{11}\ B_{12} \dots B_{1n}$	U_1
$c_{22}\ c_{23} \dots c_{2n}$	$B_{21}\ B_{22} \dots B_{2n}$	U_2
$c_{33} \dots c_{3n}$	$B_{31}\ B_{32} \dots B_{3n}$	U_3
...	...	⋮
c_{nn}	$\underbrace{B_{n1}\ B_{n2} \dots B_{nn}}_{\text{matriz inversa}}$	U_n

de igual manera, se obtienen:

$$m_{1i} = \frac{K_{1i}}{b_{11}} \qquad (i = 1,\ 2 \dots n)$$

$$m_{ij} = \frac{K_{ij} - b_{i1} m_{1j} - c_{i2} m_{2j} - \dots - c_{i,i\text{-}1} m_{i\text{-}1,j}}{c_{ii}} \left\{ \begin{array}{l} (i = 2,\ 3 \dots n) \\ (j = 1,\ 2 \dots n) \end{array} \right.$$

$$t_1 = \frac{S_1}{b_{11}}; \quad t_i = \frac{S_i - b_{i1} t_1 - c_{i2} t_2 - \dots - c_{i,i\text{-}1} t_{i\text{-}1}}{c_{ii}} \qquad (i = 2,\ 3 \dots n)$$

La columna de las t sirve de comprobante a las operaciones realizadas, ya que ha de verificarse que:

$$t_i = \sum_{j=i+1}^{n} c_{ij} + \sum_{h=1}^{n} m_{ih} + 1 \quad ; \quad (i = 1,\ 2 \dots n)$$

La matriz inversa viene dada por la tabla III, obtenida de la siguiente forma:

$$B_{nj} = m_{nj} \quad ; \quad (j = 1,\ 2 \dots n)$$

$$B_{n-1,j} = m_{n-1,j} - c_{n-1,n}\ B_{nj} \quad ; \quad (j = 1,\ 2 \dots n)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$B_{1j} = m_{1j} - c_{1n}\ B_{nj} - c_{1,n-1}\ B_{n-1,j} - \dots - c_{12}\ B_{2j} \quad ; \quad (j = 1,\ 2 \dots n)$$

Las U_i obtenidas mediante las fórmulas

$$U_n = t_n$$

$$U_{n-1} = t_{n-1} - c_{n-1,n}\, U_n$$

$$\vdots$$

$$U_1 = t_1 - c_{1n}\, U_n - c_{1,n-1}\, U_{n-1} - \dots - c_{12}\, U_2$$

CUADRO 6. OBTENCION DE LA MATRIZ INVERSA $[I\text{-}A]^{-1}$ POR EL METODO DE CROUT.

Tabla I:

b_{11} 1,000	b_{12} —	b_{13} −0,0001	b_{14} −0,0242	b_{15} −0,0029	b_{16} −0,0117	b_{17} —	b_{18} —	b_{19} −0,0007	K_{11} 1	K_{12} 0	K_{13} 0	K_{14} 0	K_{15} 0	K_{16} 0	K_{17} 0	K_{18} 0	K_{19} 0	S_1 1,9604
b_{21} −0,0022	b_{22} 1,0000	b_{23} −0,0002	b_{24} −0,1328	b_{25} −0,0001	b_{26} —	b_{27} −0,0002	b_{28} −0,0002	b_{29} −0,0015	K_{21} 0	K_{22} 1	K_{23} 0	K_{24} 0	K_{25} 0	K_{26} 0	K_{27} 0	K_{28} 0	K_{29} 0	S_2 1,8628
b_{31} −0,0259	b_{32} −0,0038	b_{33} 0,8996	b_{34} −0,2978	b_{35} −0,0109	b_{36} −0,0084	b_{37} −0,0838	b_{38} −0,0061	b_{39} −0,0170	K_{31} 0	K_{32} 0	K_{33} 1	K_{34} 0	K_{35} 0	K_{36} 0	K_{37} 0	K_{38} 0	K_{39} 0	S_3 1,4459
b_{41} —	b_{42} —	b_{43} —	b_{44} 1,0000	b_{45} −0,1458	b_{46} −0,0,550	b_{47} —	b_{48} —	b_{49} —	K_{41} 0	K_{42} 0	K_{43} 0	K_{44} 1	K_{45} 0	K_{46} 0	K_{47} 0	K_{48} 0	K_{49} 0	S_4 1,7992
b_{51} —	b_{52} —	b_{53} —	b_{54} —	b_{55} 1,0000	b_{56} −0,0283	b_{57} —	b_{58} —	b_{59} —	K_{51} 0	K_{52} 0	K_{53} 0	K_{54} 0	K_{55} 1	K_{56} 0	K_{57} 0	K_{58} 0	K_{59} 0	S_5 1,9717
b_{61} —	b_{62} −0,0018	b_{63} −0,0019	b_{64} −0,0016	b_{65} −0,0014	b_{66} 1,0000	b_{67} −0,0008	b_{68} −0,0014	b_{69} −0,0031	K_{61} 0	K_{62} 0	K_{63} 0	K_{64} 0	K_{65} 0	K_{66} 1	K_{67} 0	K_{68} 0	K_{69} 0	S_6 1,9880
b_{71} −0,0052	b_{72} −0,0379	b_{73} −0,0096	b_{74} −0,1077	b_{75} −0,0501	b_{76} −0,0478	b_{77} 0,9567	b_{78} −0,0017	b_{79} −0,0151	K_{71} 0	K_{72} 0	K_{73} 0	K_{74} 0	K_{75} 0	K_{76} 0	K_{77} 1	K_{78} 0	K_{79} 0	S_7 1,6816
b_{81} −0,0364	b_{82} −0,0214	b_{83} −0,0164	b_{84} −0,0201	b_{85} −0,0281	b_{86} −0,0440	b_{87} −0,0132	b_{88} 0,9864	b_{89} −0,0151	K_{81} 0	K_{82} 0	K_{83} 0	K_{84} 0	K_{85} 0	K_{86} 0	K_{87} 0	K_{88} 1	K_{89} 0	S_8 1,7917
b_{91} −0,0814	b_{92} −0,5887	b_{93} −0,0524	b_{94} −0,0617	b_{95} −0,1303	b_{96} −0,3192	b_{97} −0,1740	b_{98} −0,0560	b_{99} 0,5820	K_{91} 0	K_{92} 0	K_{93} 0	K_{94} 0	K_{95} 0	K_{96} 0	K_{97} 0	K_{98} 0	K_{99} 1	S_9 0,1183

Tabla II:

b_{11} 1,0000	c_{12} —	c_{13} −0,0001	c_{14} −0,0242	c_{15} −0,0029	c_{16} −0,0117	c_{17} —	c_{18} —	c_{19} −0,0007	m_{11} 1	m_{12} 0	m_{13} 0	m_{14} 0	m_{15} 0	m_{16} 0	m_{17} 0	m_{18} 0	m_{19} 0	t_1 1,960400
b_{21} −0,0022	c_{22} 1,0000	c_{23} −0,000200	c_{24} −0,132853	c_{25} −0,000106	c_{26} −0,000026	c_{27} −0,0002	c_{28} −0,0002	c_{29} −0,001502	m_{21} 0,0022	m_{22} 1	m_{23} 0	m_{24} 0	m_{25} 0	m_{26} 0	m_{27} 0	m_{28} 0	m_{29} 0	t_2 1,867113
b_{31} −0,0259	c_{32} −0,0038	c_{33} 0,899597	c_{34} −0,332295	c_{35} −0,012200	c_{36} −0,009674	c_{37} −0,093154	c_{38} −0,006782	c_{39} −0,018924	m_{31} 0,028800	m_{32} 0,004224	m_{33} 1,111610	m_{34} 0	m_{35} 0	m_{36} 0	m_{37} 0	m_{38} 0	m_{39} 0	t_3 1,671600
b_{41} —	c_{42} —	c_{43} —	c_{44} 1,0000	c_{45} −0,145800	c_{46} −0,055000	c_{47} —	c_{48} —	c_{49} —	m_{41} 0	m_{42} 0	m_{43} 0	m_{44} 1	m_{45} 0	m_{46} 0	m_{47} 0	m_{48} 0	m_{49} 0	t_4 1,799200
b_{51} —	c_{52} —	c_{53} —	c_{54} —	c_{55} 1,0000	c_{56} −0,028300	c_{57} —	c_{58} —	c_{59} —	m_{51} 0	m_{52} 0	m_{53} 0	m_{54} 0	m_{55} 1	m_{56} 0	m_{57} 0	m_{58} 0	m_{59} 0	t_5 1,971700
b_{61} —	c_{62} −0,0018	c_{63} −0,001900	c_{64} −0,002471	c_{65} −0,001784	c_{66} 0,999795	c_{67} −0,000978	c_{68} −0,001414	c_{69} −0,003139	m_{61} 0,000059	m_{62} 0,001808	m_{63} 0,002113	m_{64} 0,002471	m_{65} 0,001784	m_{66} 1,000205	m_{67} 0	m_{68} 0	m_{69} 0	t_6 2,002909
b_{71} −0,0052	c_{72} −0,0379	c_{73} −0,009608	c_{74} −0,116054	c_{75} −0,067157	c_{76} −0,056238	c_{77} 0,955742	c_{78} −0,001938	c_{79} −0,016238	m_{71} 0,005821	m_{72} 0,039804	m_{73} 0,011299	m_{74} 0,121573	m_{75} 0,070372	m_{76} 0,058854	m_{77} 1,046307	m_{78} 0	m_{79} 0	t_7 2,335855
b_{81} −0,0364	c_{82} −0,0214	c_{83} −0,016408	c_{84} −0,029276	c_{85} −0,032676	c_{86} −0,047120	c_{87} −0,014779	c_{88} 0,986189	c_{89} −0,016078	m_{81} 0,037527	m_{82} 0,022453	m_{83} 0,018765	m_{84} 0,031626	m_{85} 0,034274	m_{86} 0,048672	m_{87} 0,015680	m_{88} 1,014004	m_{89} 0	t_8 2,206930
b_{91} −0,0814	c_{92} −0,5887	c_{93} −0,052526	c_{94} −0,159335	c_{95} −0,154471	c_{96} −0,333811	c_{97} −0,179337	c_{98} −0,057293	c_{99} 0,575184	m_{91} 0,151989	m_{92} 1,039581	m_{93} 0,108131	m_{94} 0,319505	m_{95} 0,294949	m_{96} 0,603672	m_{97} 0,327791	m_{98} 0,101003	m_{99} 1,738574	t_9 5,685200

Tabla III:

b_{11} 1,0000	c_{12} —	c_{13} −0,0001	c_{14} −0,0242	c_{15} −0,0029	c_{16} −0,0117	c_{17} —	c_{18} —	c_{19} −0,0007	B_{11} 1,000117	B_{12} 0,000799	B_{13} 0,000220	B_{14} 0,024507	B_{15} 0,006680	B_{16} 0,013670	B_{17} 0,000267	B_{18} 0,000095	B_{19} 0,001294	U_1 2,047649
	c_{22} 1,0000	c_{23} −0,000200	c_{24} −0,132853	c_{25} −0,000106	c_{26} −0,000026	c_{27} −0,0002	c_{28} −0,0002	c_{29} −0,001502	B_{21} 0,002449	B_{22} 1,001627	B_{23} 0,000412	B_{24} 0,133465	B_{25} 0,019979	B_{26} 0,008843	B_{27} 0,000744	B_{28} 0,000371	B_{29} 0,002673	U_2 2,170563
		c_{33} 0,899597	c_{34} −0,332295	c_{35} −0,012200	c_{36} −0,009674	c_{37} −0,093154	c_{38} −0,006782	c_{39} −0,018924	B_{31} 0,032744	B_{32} 0,029604	B_{33} 1,115088	B_{34} 0,350514	B_{35} 0,073588	B_{36} 0,047960	B_{37} 0,104374	B_{38} 0,009187	B_{39} 0,035889	U_3 2,798950
			c_{44} 1,0000	c_{45} −0,145800	c_{46} −0,055000	c_{47} —	c_{48} —	c_{49} —	B_{41} 0,000036	B_{42} 0,000306	B_{43} 0,000147	B_{44} 1,000216	B_{45} 0,145968	B_{46} 0,059259	B_{47} 0,000123	B_{48} 0,000104	B_{49} 0,000327	U_4 2,206486
				c_{55} 1,0000	c_{56} −0,028300	c_{57} —	c_{58} —	c_{59} —	B_{51} 0,000017	B_{52} 0,000147	B_{53} 0,000071	B_{54} 0,000103	B_{55} 1,000080	B_{56} 0,028364	B_{57} 0,000059	B_{58} 0,000050	B_{59} 0,000156	U_5 2,029047
					c_{66} 0,999795	c_{67} −0,000978	c_{68} −0,001414	c_{69} −0,003139	B_{61} 0,000601	B_{62} 0,005183	B_{63} 0,002494	B_{64} 0,003650	B_{65} 0,002839	B_{66} 1,002250	B_{67} 0,002087	B_{68} 0,001756	B_{69} 0,005525	U_6 2,026384
						c_{77} 0,955742	c_{78} −0,001938	c_{79} −0,016238	B_{71} 0,008366	B_{72} 0,056760	B_{73} 0,013095	B_{74} 0,126832	B_{75} 0,075237	B_{76} 0,068770	B_{77} 1,051670	B_{78} 0,003608	B_{79} 0,028284	U_7 2,432623
							c_{88} 0,986189	c_{89} −0,016078	B_{81} 0,039970	B_{82} 0,039167	B_{83} 0,020503	B_{84} 0,036763	B_{85} 0,039016	B_{86} 0,058378	B_{87} 0,020950	B_{88} 1,015624	B_{89} 0,027953	U_8 2,298326
								c_{99} 0,575184	B_{91} 0,151989	B_{92} 1,039581	B_{93} 0,108131	B_{94} 0,319505	B_{95} 0,294949	B_{96} 0,603672	B_{97} 0,327791	B_{98} 0,101003	B_{99} 1,738574	U_9 5,685200

MATRIZ INVERSA

tienen como misión servir de comprobante de las operaciones, debiendo verificarse la relación:

$$U_i = \sum_{j=1}^{n} B_{ij} + 1 \quad ; \quad (\text{para } i = 1,\ 2 \ldots n)$$

Aplicado el método de Crout al problema real de invertir la matriz $[I - A]$ (cuadro 4), y conservando la notación anterior, obtenemos el cuadro 6.

Aunque ya conocemos el significado económico de los elementos de la matriz inversa, comentaremos algunas cifras de la misma a la vista del cuadro 6. La producción de cemento necesario para satisfacer un volumen de inversión de 1 unidad de valor en el Sector 6: Construcción y Obras Públicas es de 0,059259 unidades. A su vez, para satisfacer la demanda de 1 unidad de cemento se requieren 0,024507 del Sector Canteras y tierras, 0,133465 del Sector Manufacturas de papel y cartón, 0,350514 de Combustibles y energía eléctrica, 1,000216 de Cemento, etc.

Puede extrañar que para satisfacer una demanda de 1 unidad de cemento sea necesario producir más de 1 unidad (exactamente 1,000216); esto es debido a las demandas intermedias que se producen en el sistema económico, consecuencia de las interrelaciones de los sectores.

En el problema que nos hemos planteado, si queremos conocer las producciones necesarias para satisfacer los planes de inversión en Viviendas y Carreteras para el próximo cuatrienio, multiplicaremos la matriz inversa por los vectores de demanda final prevista para cada año, obteniendo las cifras que figuran en el cuadro 7.

CUADRO 7. PRODUCCIONES NECESARIAS PARA UNOS DETERMINADOS PLANES DE INVERSION EN EL SECTOR 6.

(miles de millones de pesetas).

O U T P U T S   N E C E S A R I O S

AÑOS	Inversión en viviendas y carreteras	Sector 1 Canteras y tierras	Sector 2 Manufacturas de papel y cartón	Sector 3 Combustibles y energía eléctrica	Sector 4 Cemento y cal hidráulica	Sector 5 Derivados del cemento	Sector 6 Construcción y Obras Públicas	Sector 7 Transporte	Sector 8 Instituciones de Crédito	Sector 9 Otros sectores	TOTAL OUTPUT
1964	31,0	0,423770	0,274133	1,486760	1,837029	0,879284	31,069750	2,131870	1,809687	18,713832	58,626115
1965	34,0	0,464780	0,300662	1,630640	2,014806	0,964376	34,076500	2,338180	1,984818	20,524848	64,299610
1966	37,0	0,505790	0,327191	1,774520	2,192583	1,049468	37,083250	2,544490	2,159949	22,335864	69,973105
1967	40,1	0,548167	0,354604	1,923196	2,376286	1,137396	40,190225	2,757677	2,340918	24,207247	75,835716

De aquí concluimos que para satisfacer, por ejemplo, unas inversiones reales en viviendas y carreteras de 31.000 millones de pesetas se precisa, para que no se produzcan estrangulamientos en el sistema, una producción por valor de 423,7 millones en el Sector Canteras y tierras, 274,1 millones en Manufacturas de papel y cartón, 1.486,7 millones en Combustibles y energía eléctrica, 1.873,0 millones en Cemento, 879,2 millones en Derivados del Cemento, 31.069,7 millones en Construcción, 2.131,8 millones en Transporte, 1.809,6 millones en Instituciones de Crédito y 18.713,8 millones en el conjunto de los demás sectores.

Todo lo cual supone una producción total en el sistema económico de 58.626,1 millones de pesetas.

Para terminar este estudio conviene recalcar, una vez más, que las conclusiones que se han obtenido sólo tienen validez práctica bajo los supuestos fundamentales que hemos mencionado. Es absolutamente necesario tener siempre presente estos supuestos para no hacer aplicaciones erróneas del análisis «input-output», instrumento esencial para la previsión económica.

résumé ● summary ● zusammenfassung

L'analyse «input-output»

Javier de Parada.

Le développement économique a toujours été un des objectifs de la politique économique de tous les pays. Cela exige une connaissance exacte des relations qui lient, entre eux, les différents secteurs économiques et qui permettra d'appliquer les ressources disponibles aux secteurs qui sont à l'origine d'une plus grande augmentation de la production nationale brute, d'une plus grande création de postes de travail, d'un volume plus élevé d'exportations, etc., conformément aux buts poursuivis. C'est par l'élaboration de «Plans de Développement économique» que l'on a voulu réaliser cette utilisation optimale des ressources.

Comme instrument de planification économique, c'est l'analyse «input-output» qui occupe un lieu prépondérant.

Cet article expose les hypothèses de base et les fondements théoriques sur lesquels se développe cette analyse. A partir du dernier tableau «input-output» de l'économie espagnole, on élabore un tableau plus réduit avec les secteurs les plus rattachés au secteur de la construction, afin de pouvoir procéder à une application de l'analyse «input-output», en utilisant, comme variables prédéterminées, les prévisions de l'Etat d'inversion future pour les logements et les routes.

«Input output» analysis

Javier de Parada.

Economic development has been the permanent aim of the economic policy of every country. This requires a detailed knowledge of the relationships between the various economic activities, so that available resources can be applied to those activities that will lead to the greatest increase in the total national production, and also to the largest increment in labour vacancies, and exports. This optimum exploitation of available economic resources has been attempted with the introduction of the so called economic development plans.

An important instrument in economic planning is the input output analysis.

This article gives the basic hypotheses and the theoretical fundamentals underlying this type of analysis. From the latest input otuput table of Spanish economic activity, a secondary table has been prepared covering the aspects that affect construction most closely, so that the construction industry can also be subjected to this type of analysis. The predetermined variables have been taken to be the state provisions for future subsidies to the housing and road construction industries.

«Input - output» Analyse

Javier de Parada.

Das wirtschaftspolitische Ziel eines jeden Landes war von je her der wirtschaftliche Fortschritt. Dazu ist eine genaue Kenntnis der Beziehungen der einzelnen Wirtschaftssektoren untereinander notwendig, was wiederum erlaubt, die zur Verfügung stehenden Hilfsquellen für diejenigen Sektoren zu verwenden, die je nach dem gesteckten Ziel, eine Steigerung des Bruttosozialproduktes, die Schaffung neuer Arbeitsplätze und eine Erhöhung des Exportvolumens garantieren. Diese optimale Anwendung der Hilfsquellen hat man durch die Ausarbeitung der sogenannten «wirtschaftlichen Entwicklungspläne» zu erreichen versucht. Als wirtschaftliches Planungsinstrument nimmt die «input-output-Analyse» einen besonders wichtigen Platz ein:

Der vorliegende Artikel stellt eine Ausführung der grundlegenden Hypothesen und Theorien dieser Analyse dar. Ausgehend von der letzten «input-output-Tabelle» über die spanische Wirtschaft, wird eine schematische Zusammenfassung unter besonderer Berücksichtigung der dem Bausektor am nächsten stehenden Wirtschaftszweige zur Anwendung dieser Analyse ausgearbeitet, in der die vom Staate festgelegten voraussichtlichen Investitionen für den Wohnungs- und Strassenbau als vorausbestimmte Veränderliche zugrunde gelegt werden.