

# ESTRUCTURAS ESPACIALES DESMONTABLES Y DESPLEGABLES

(SPATIAL DISMOUNTABLE AND DEPLOYABLE STRUCTURES)

Lina Puertas del Río, Profesora de Estructuras en la E.T.S. de Arquitectura  
MADRID. ESPAÑA

Fecha de recepción: 9-V-90  
439-5

## RESUMEN

*Este artículo corresponde al tema de investigación desarrollado en mi tesis doctoral. El punto de partida es la obra del arquitecto Emilio Pérez Piñero: se elabora la documentación que hace transmisible su trabajo y se generaliza el estudio del comportamiento en la parcela de las estructuras desplegadas.*

*Este es un tipo de estructuras en las que hay que resolver tanto su definición como su movilidad y comportamiento estructural.*

*Las estructuras desplegadas investigadas se caracterizan por el empleo de barras dispuestas en "x" en el espesor de la estructura, con generación de superficies tanto planas como curvas. En ambos casos se analiza la movilidad en fase de mecanismo, tanto a las soluciones de Piñero como a las complementarias que se exponen. Se estudian las relaciones geométricas que deben de cumplirse para que sea posible el movimiento de las barras, y que determinan su definición constructiva.*

*Se exponen diversos tipos de estructuras posibles a partir de mecanismos desplegados planos, procedimiento extrapolable a los curvos.*

## SUMMARY

*This paper corresponds to the research theme developed in my Doctoral thesis. It starts with the Architect Emilio Pérez Piñero's work: information is prepared which allows his work to be transmitted and it generalizes the behaviour study related to unfoldable structures.*

*This is a type of structure which requires definition as well as mobility and structural behaviour.*

*The unfoldable structures studied are characterized by using bars placed in the shape of an "X" in the structure's thickness in both flat and curved surfaces. In both cases, mobility in the mechanism stage is analyzed using Piñero's solutions and complementary solutions mentioned. The geometric relations which must be fulfilled so that the bar movement is possible and which determine its constructive definition are studied.*

*Several types of structures which are possible starting from flat deployable mechanisms are mentioned and this procedure can be extrapolated for curved surfaces.*

## INTRODUCCIÓN

El primer investigador que dio soluciones espaciales a las estructuras desplegadas de barras, fue el arquitecto Emilio Pérez Piñero. Su trabajo se desarrolló entre 1961 y 1972, y hoy día hay soluciones suyas que no han sido comprendidas ni superadas por investigadores posteriores. Esta es una de las razones por la que es interesante estudiar su obra. De todo su trabajo, como única explicación suya, quedan las escuetas definiciones de sus cuatro patentes.

## CÚPULAS DESMONTABLES

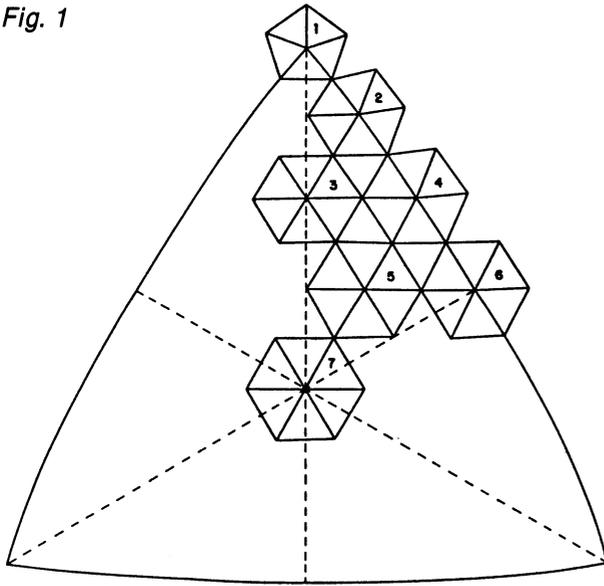
Todas sus espaciales desmontables son de directriz esférica y trianguladas de una capa. Para todas se esco-

ge como base de división el icosaedro. Inscrito en la esfera con sus 20 triángulos equiláteros, basta triangular el veinteavo de la superficie, para tener la definición geométrica de cualquier casquete.

El modelo de división empleado por E.P. Piñero, consiste en lo siguiente: se dividen los lados del triángulo equilátero del icosaedro en un número de partes iguales (12 en su caso); por ellas se trazan rectas paralelas a los tres lados resultando equiláteros iguales; cada punto de cruce (nudo) se proyecta en la esfera a través del radio que pasa por él.

Resultan tres simetrías en cada triángulo del icosaedro por lo que las barras de longitudes diferentes corresponden a la superficie cubierta por la sexta parte del dicho triángulo.

Fig. 1



Para que fueran fácilmente desmontables, Pérez Piñero formó macropiezas de doce barras soldadas formando seis triángulos, resultando un total de **siete** diferentes (Fig. 1). Los triángulos adicionales que aparecen en el montaje pueden variar su geometría mediante pequeñas holguras en las uniones atornilladas entre macropiezas, con lo que se consigue neutralizar los defectos de ejecución y cerrar ésta.

**ESTRUCTURAS DESPLEGABLES**

Las estructuras desplegadas pueden tener cualquier directriz. Todas tienen en común contener barras dispuestas en "x" enlazadas formando cuadriláteros, situados en el canto de la estructura.

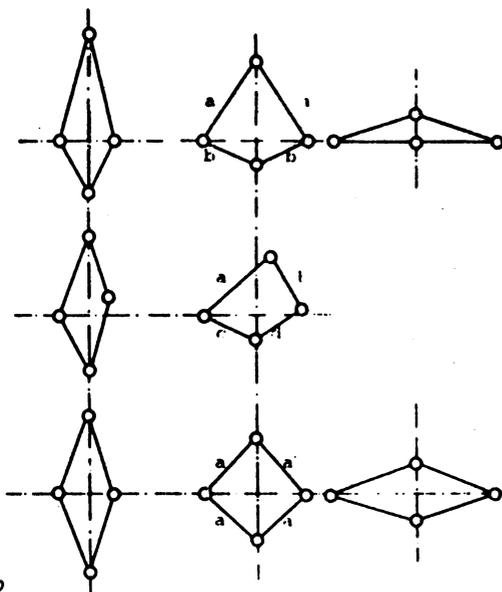


Fig. 2

En la fase de movimiento (plegado-desplegado) tiene que ser mecanismos, moviéndose con todas las barras que lo hacen estructura, o con parte. La cantidad de barras mínima razonable la he llamado **mecanismo base**, y le defino como el compuesto por la totalidad de los nudos de la estructura enlazados por la suficiente cantidad de barras para que conserve la cualidad de no desorganizar el paquete de componentes durante el movimiento, y que desplegado, marca el replante de los nudos.

La unidad móvil más pequeña de estos mecanismos está formada por el cuadrilátero resultante de unir dos "x" con enlaces que, en el plano, ejercen dos coacciones y permiten una libertad de giro (Fig. 2). Ella es un mecanismo con un grado de libertad. Se puede cuantificar su movilidad aplicando la expresión del criterio general de movilidad en el plano:

$$G = 3(b - e - 1) + \sum_{i=1}^e l_i$$

donde

- G = grados de libertad del mecanismo (o movilidad)
- b = número de barras (4)
- e = número de enlaces entre barras (uno o varios por nudo) (4)
- l<sub>i</sub> = grados de libertad que se permiten en el enlace i: un giro en el plano, en cada nudo (1×4=4).

Resulta un valor de G=1. El efecto del movimiento, único para las cuatro barras, es la variación de la longitud de las diagonales.

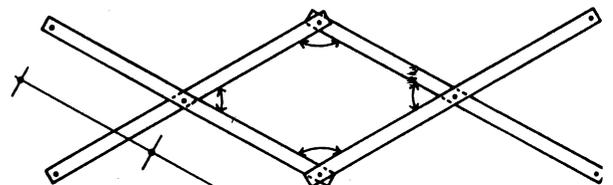


Fig. 3

Hay otra elección de diseño: las barras que forman la "x" están enlazadas a tres nudos, en todos con libertad de giro en el plano que forman (Fig. 3). El movimiento que se inicia en un cuadrilátero se "propaga" a los cuadriláteros adyacentes. Se pueden encadenar todos los cuadriláteros que se quiera: el movimiento iniciado en uno, obliga a todos.

Las unidades elementales móviles en una desplegable según una superficie plana son rombos (cuatro lados iguales), todos iguales. En las curvas son romboide o cuadriláteros, según haya que satisfacer la curvatura:

E.P. Piñero ejecutó dos mecanismos espaciales desplegables según una superficie plana y uno desplegable según una esférica, acompañados de una o dos soluciones estructurales. En lo que sigue se muestran todas las disposiciones que se pueden lograr con las cadenas de "x" y se expresan los razonamientos cinemáticos que explican su movilidad.

## DESPLEGABLES SEGÚN SUPERFICIES PLANAS

Una de las soluciones de Piñero (la única "teórica") es una cubierta plana inclinada, apoyada en cuatro grandes soportes y en la cuarta parte de los nudos de contorno. Esta estructura plegable lleva incorporadas todas las barras en todo momento, y está formada por vigas trianguladas en dos direcciones ortogonales con los montantes comunes.

Se trata de vigas como la representada en la figura 4, de cordones paralelos y canto constante. Como mecanismo el movimiento es posible porque cada barra en "x" es de tres tramos, enlazada a cuatro nudos con libertad de giro en su plano de viga; para acompañar al movimiento, los montantes están diseñados como barras telescópicas. El movimiento iniciado en un cuadrilátero, también es único para todas las vigas de la dirección perpendicular con quienes comparten los montantes y sus nudos, siendo el efecto último del mo-

vimiento la variación del perímetro de la cubierta. La coacción de la libertad de deslizamiento de un montante telescópico, inmoviliza el mecanismo: tiene un grado de libertad.

Como estructura, se trata de un emparrillado de vigas trianguladas de canto (e inercia) constante que no contiene barras en los planos de las caras superior e inferior.

El otro mecanismo plano de E.P. Piñero es más simple (Fig. 5), y lo empleó por primera vez en el "Pabellón transportable para exposiciones" (1964). No llevaba empaquetadas todas las barras que lo hacían estructura; se incorporaban después de desplegado y estaban contenidas en las caras superior e inferior.

La parte plegable era exclusivamente el mecanismo base, formado por "cadenas" de rombos en dos direcciones ortogonales, perpendiculares al plano de desplegado, teniendo comunes las dos direcciones todos los nudos: los extremos de las caras y los interiores de cruce. Este mecanismo es también de un grado de libertad.

La estructura que E.P. Piñero proyectó con este mecanismo consistió en añadir montantes sobre los nudos de apoyo y cordones a las mismas líneas de nudos superiores e inferiores, resultando un conjunto de cerchas a las que el desplegado final del mecanismo base dejaba los nudos replanteados.

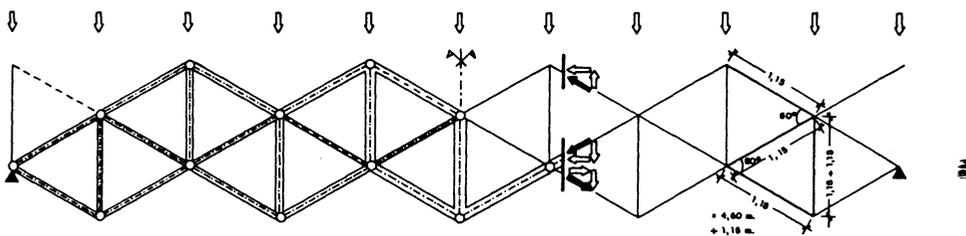


Fig. 4

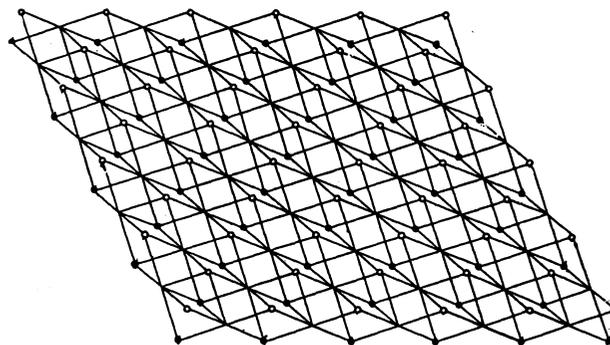


Fig. 5

### VARIANTES DE MECANISMO

Una de ellas consiste en simplificarlo suprimiendo una fila de cada dos, en ambas direcciones; el mecanismo resultante (Fig. 6) queda con cuatro barras a los nudos de las caras superior e inferior, pero en los nudos de cruce de las "x" sólo hay dos; por los nudos de las caras se puede trazar una cuadrícula de líneas paralelas al recuadro.

Otra consiste en añadir barras en los planos de ambas caras, siempre que formen parte sólo de dos nudos (Fig. 7). Para que estas barras acompañen el único movimiento de plegado correspondiente al grado de liber-

tad, es necesario desenlazarlas de un extremo desdoblándolo el nudo de cara en dos y mantenerlas e lazadas en el otro con las barras del mecanismo bas empleando tanto en el mecanismo base de la fig. 5 como el que resulta de simplificarlo, materializando cc barras la cuadrícula que se pueda trazar.

### VARIANTES DE ESTRUCTURA

También se pueden conseguir estructuras muy interesantes: con base en los mecanismos anteriores, además de la solución comentada (figura 8, A), se ha estudiado otras ocho posibles para el mismo recuadr

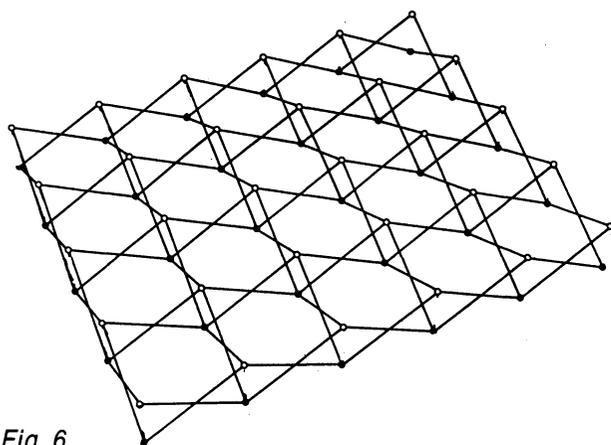


Fig. 6

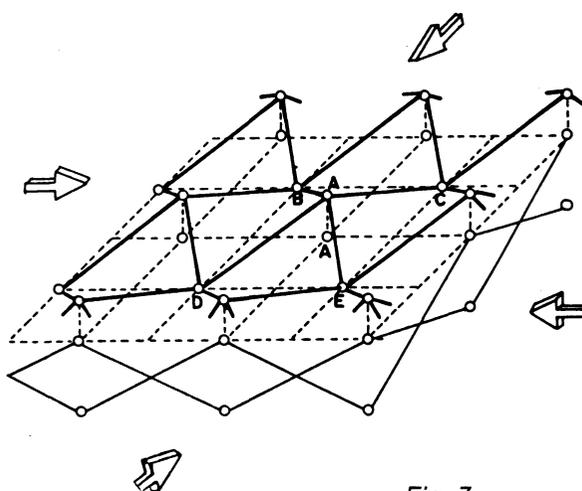


Fig. 7

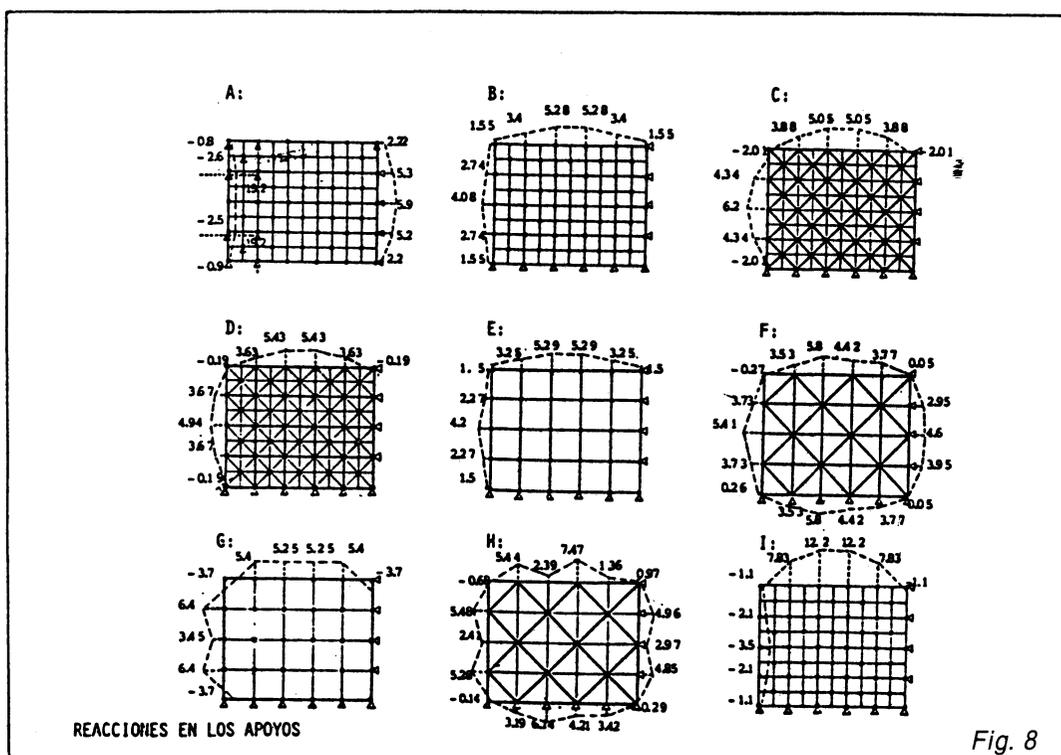


Fig. 8

para la misma carga y condiciones de apoyo (fig. 8, B a I), en las que, a excepción de algunos montantes sobre los apoyos, se pueden convertir en mecanismos con todas las barras que lo hacen estructura.

La solución con más rigidez corresponde a la disposición C, en que al mecanismo base de barras en "x", se le añaden barras en las caras superior e inferior utilizando todos los nudos disponibles, colocando las barras a 45° respecto al borde del recuadro. Sus máximas solicitaciones son las menores de todo el grupo.

Simplificando el mecanismo base de Piñero y añadiendo barras en las caras de distintas formas, se consiguen las soluciones E, F y H, siendo las dos primeras las más interesantes con valores máximos de solicitaciones ligeramente superiores al doble que en C y mucho menos material.

Las soluciones que no incluyen barras en la superficie de las caras (G e I), que provienen de mecanismos base mínimamente coaccionados, siguen siendo emparillados de vigas, pero de inercia variable: en los nudos de cruce de las "x", es la suma de las inercias de las barras. Para soportar los esfuerzos del traslado de cargas normales a su directriz, es preciso que las barras colaboren a flexión y cortante. La curvatura como viga de emparillado en las secciones donde se cruzan las "x" es muy grande y resulta una deformación vertical 200 veces la de la solución C; para las mismas deformaciones admisibles, apenas si sirven para soportar su propio peso.

## OTROS MECANISMOS DESPLEGABLES PLANOS

Otra disposición que también resulta un mecanismo base de un grado de libertad: las cadenas de "x" se disponen normales al plano de desplegado, en tres direcciones, describiendo los nudos de las caras una red de equiláteros y estando cada pareja en la misma vertical, normal al plano de desplegado. También una disposición en que a éste se le suprime una cadena de cada dos, en cada dirección, resultando una retícula de triángulos y hexágonos.

Si se disponen las cadenas de "x" inclinadas respecto al plano de desplegado (Fig. 9), de tal forma que sólo tengan en común el punto de cruce, resulta un mecanismo base de **tres grados de libertad**: se necesitan tres barras para inmovilizar el punto común en el espacio. Este mecanismo base fue empleado por E.P. Piñero en dos estructuras desplegables curvas. A este mecanismo base también se le pueden añadir barras en las caras superior e inferior, que abarquen dos

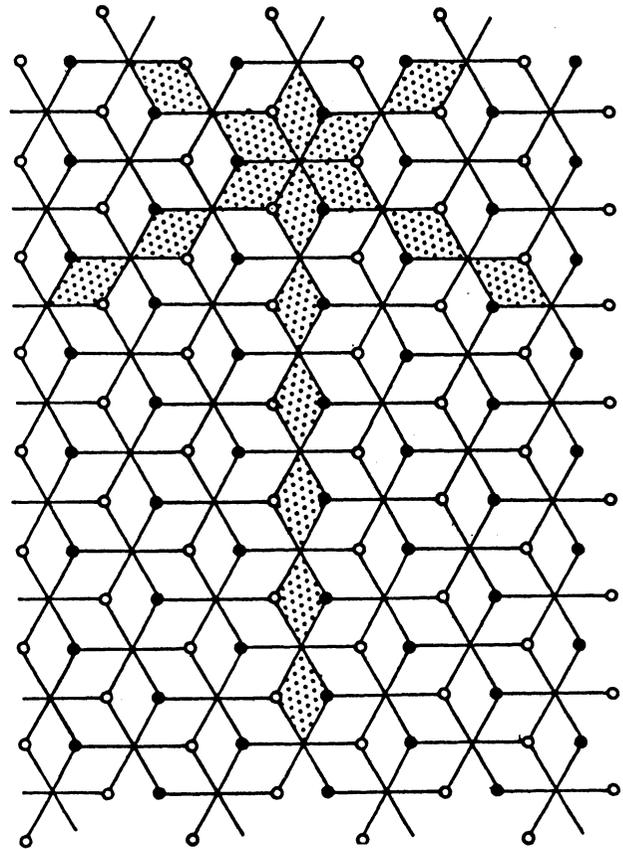


Fig. 9

nudos, y se puede plegar con todas siempre y cuando se desdoble la cantidad y posición de nudos adecuada (en grupos de seis y tres barras) para mantenerlas unidas por un extremo al mecanismo base.

## ESTRUCTURAS DESPLEGABLES ESFÉRICAS

Los mecanismos base desplegables según superficies curvas se reducen a los mismos pocos tipos. Por ejemplo, para superficies esféricas, si se lleva hasta la superficie una **retícula de cuadrados** (Fig. 10 A, B), y el mecanismo tiene cada cadena en un plano, el que se use en el procedimiento de traslado, los nudos de las caras están sobre el mismo radio de curvatura, común a las dos direcciones, pero no sobre superficies esféricas concéntricas; ahora el punto de cruce **no** está en el centro de las barras, como en las desplegables según superficies planas, y son sólo ellos los que están sobre el arco de meridiano o paralelo de corte entre el plano y la superficie, siendo todo esto necesario para satisfacer las condiciones que impone la curvatura.

Cada proyección de las "x" sobre la tangente a la esfera en el punto de cruce define una aproximación de la superficie esférica, como reticulación "cuadrangulada" de una capa. El mecanismo es de **un grado de**

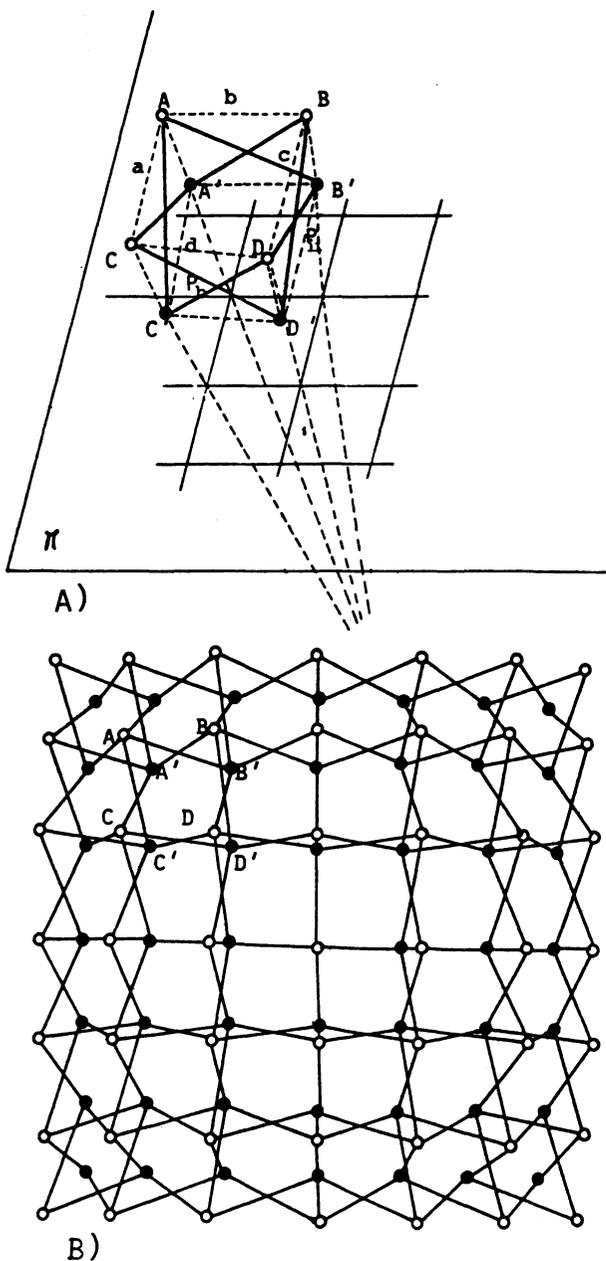


Fig. 10

**libertad.** Durante el movimiento, se adecúa a las superficies esféricas intermedias, no porque la proyección de tangentes coincida con la reticulación que le pide la esfera, sino porque tiene libertad de deformación angular adicional en los "cuadriláteros" esféricos, que se puede forzar.

Si se lleva a la superficie esférica una **retícula de equiláteros** (Fig. 11 A, B), y se mantienen las cadenas de "x" en el plano de traslado, los nudos de las caras están en el mismo radio de curvatura, común a las tres direcciones; sólo los puntos de cruce están sobre un arco de superficie, y su situación dentro de las barras es la apropiada para satisfacer la curvatura. Proyectando las "x" en cada tangente a la esfera por el punto de cruce, se tiene una aproximación de la superficie esférica como una triangulada de una capa, en que la

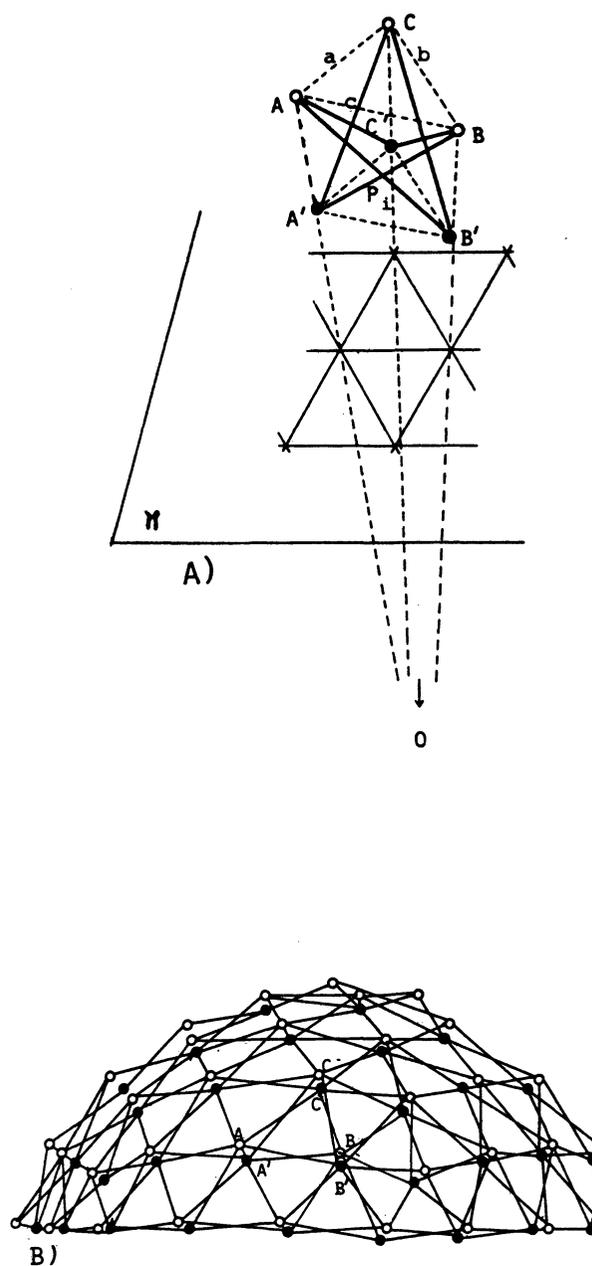


Fig. 11

aproximación se ha hecho por tangentes en vez de p cuerdas. Es un mecanismo de **un grado de libertad** que no resulta compatible con las superficies esféricas intermedias que se generan durante el movimiento: la longitud de las barras se fija para que sean posibles el estado de desplegado (el final) y el de plegado, en t se se a una determinada retícula de escalenos de la esfera final (de una esfera determinada).

Como estas estructuras se pliegan variando la curvatura, aumentando el radio (como un acordeón), las retículas de escalenos para las esferas intermedias son distintas: si se pretende hallar las longitudes de las barras en "x", salen otros valores. Como en el fondo una triangulada de una capa, y con tres longitudes de barras sólo es posible un solo triángulo (no hay ninguna libertad adicional), durante el desplegado las t

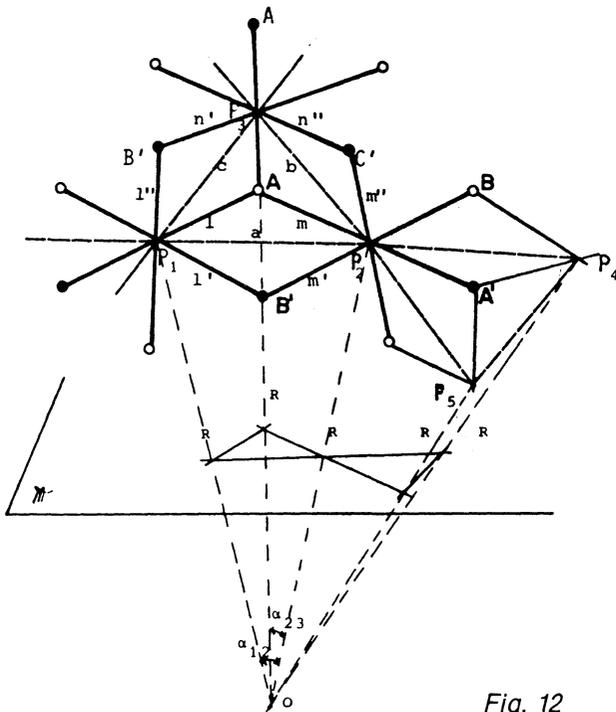


Fig. 12

rras en "x" son incapaces de generar los escalenos distintos que las esferas sucesivas les van pidiendo, porque sus longitudes no se generan desde las mismas variables. Para desplegarlas es preciso deformar las barras, si se puede.

Si se traslada una **retícula de equiláteros**, y se toman sus vértices por puntos de cruce de **tres** barras (Fig. 12), los nudos de las caras no están sobre el mismo radio, ni sobre arcos de superficies concéntricas: resulta un mecanismo de **tres grados de libertad**. Se le coarta todo movimiento añadiéndole tres barras.

Tampoco cada cadena de "x" está contenida en un plano: sólo cada "x" está en un plano, la cadena se va alabeando siendo la recta de corte la que une los nudos de las caras. El polígono que se puede formar con la proyección de las "x" sobre la tangente en los nudos de cruce, es un hexágono con tres ángulos de valor próximo a los 180 grados y variable para las distintas curvaturas (esferas intermedias), con lo que queda asegurada la posibilidad de adecuarse a las retículas de escalenos de las superficies intermedias que se generan durante el movimiento, sin forzar la distorsión angular: es geoméricamente compatible en todas las posiciones de desplegado intermedias, en que los planos con las "x" se van moviendo (tumbando) para dar la proyección adecuada que coincida con la de las variables radio-ángulo de la esfera. Este mecanismo base es el proyectado por E.P. Piñero en primer lugar (Fig. 13) y corresponde a la maqueta realizada en 1961 para un concurso entre estudiantes de arquitectura, con la que consiguió el primer premio.

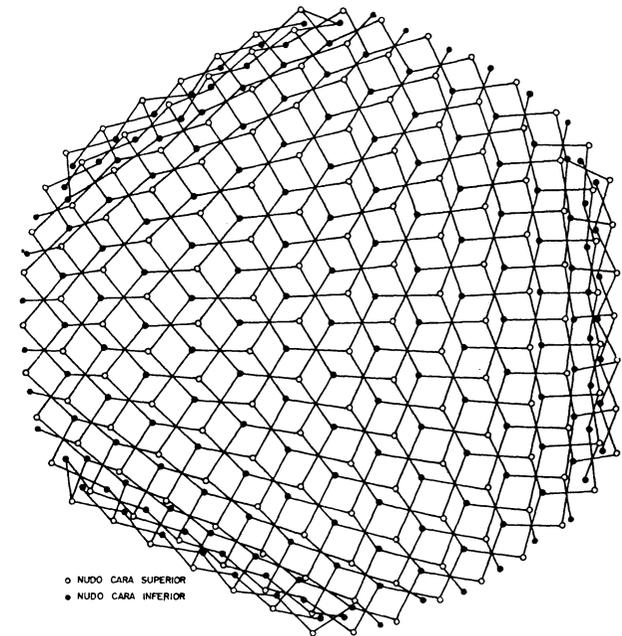


Fig. 13

MECANISMO BASE

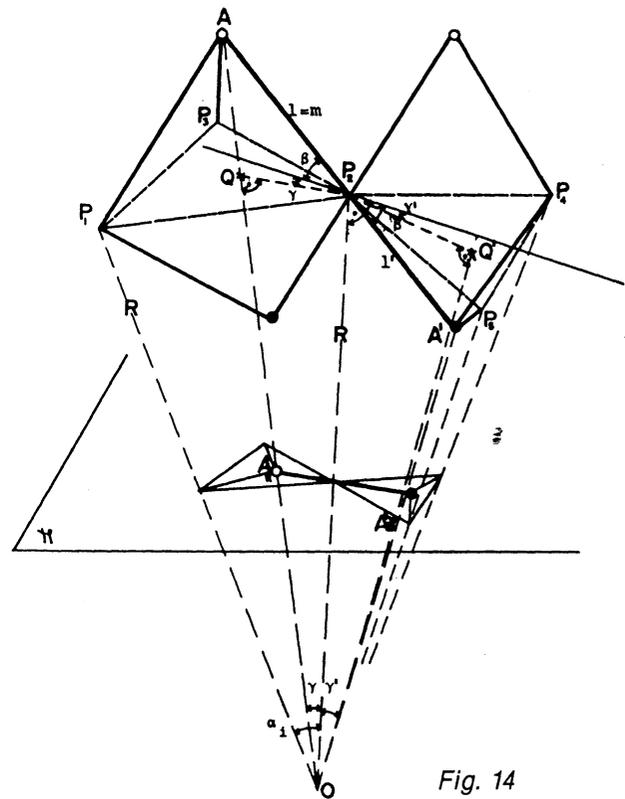


Fig. 14

Las longitudes de las barras son (Fig. 14):

- Tramo desde el punto de cruce  $P_i$  hasta el nudo de cara exterior:  
 $AP_i = AP_i = AP_3 = l = QP / \cos(\beta + \gamma) = R \sin \gamma / \cos(\beta + \gamma)$

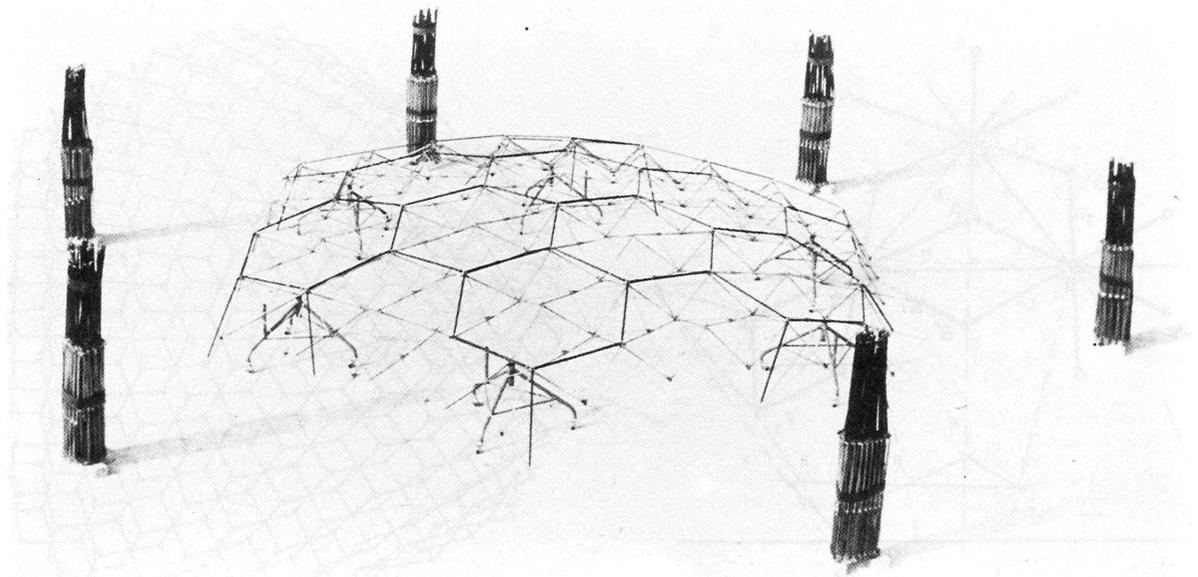


Fig. 15 a)

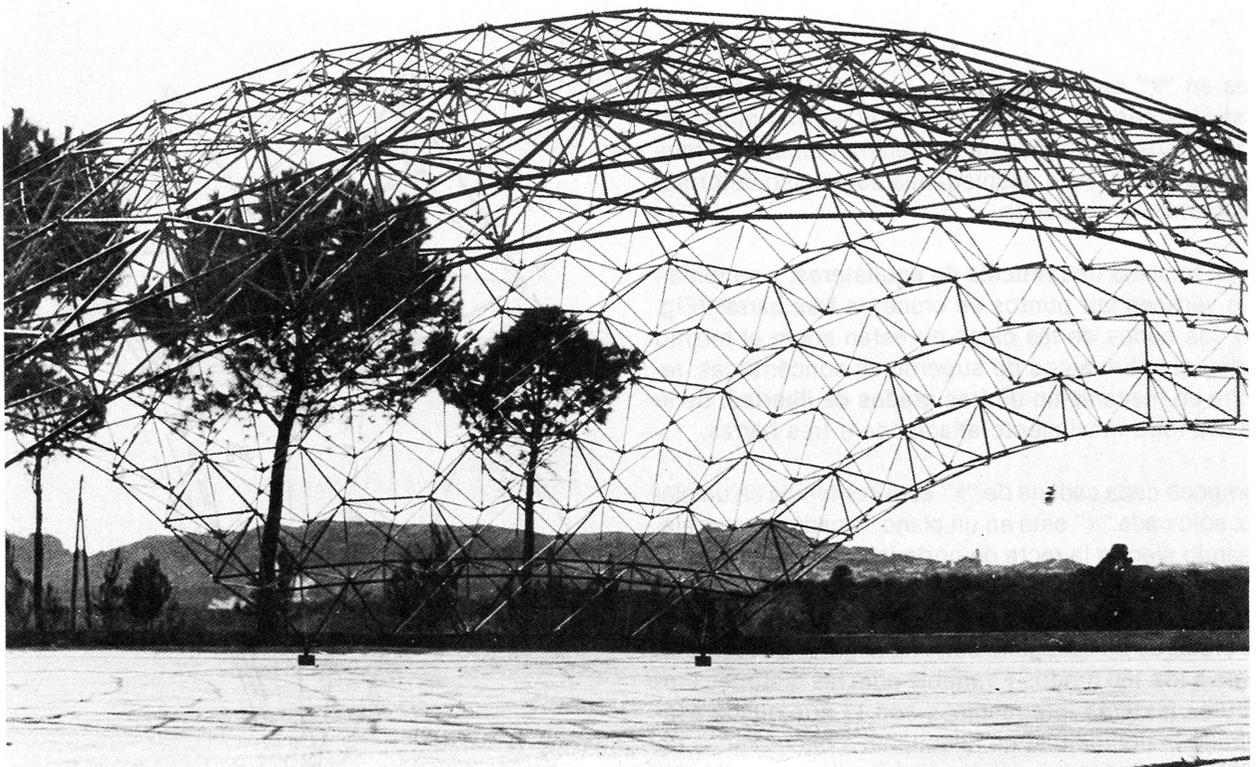


Fig. 15 b)

— Tramo desde el nudo de cruce hasta el nudo de la cara interior:

$$A'P_2 = A'P_4 = A'P_5 = R \operatorname{sen} \gamma' / \cos (\beta - \gamma')$$

En 1966 ejecutó el modelo de la figura 15, empleando

el mecanismo base de tres grados de libertad, al que añadió barras en la cara superior dispuestas en red hexagonal que se plegaban con el mecanismo base de "x". Es un trozo de esfera correspondiente a una cara de icosaedro al que se han suprimido las zonas de los vértices.

## ESTRUCTURAS DESPLEGABLES CILÍNDRICAS

Por último, se incluye un estudio para superficies cilíndricas con los mismos tipos de mecanismos base (Figs. 16, 17 y 18).

Se está a medio camino entre el plano y la doble curvatura, y se pueden encontrar relaciones geométricas que satisfacen todos los estados de movimiento, como sucede en las planas: piénsese que una superficie cilíndrica es un plano curvado. De ellas sólo resulta una **no** compatible geoméricamente en los estados intermedios de movimiento, la que corresponde a una retícula de triángulos y un mecanismo de un grado de libertad (Fig. 17). Mientras que en el plano todos los mecanismos base servirían para un "plano curvado", disminuyen las posibilidades y en la esfera prácticamente sólo es el mecanismo de Piñero el que ofrece plena garantía, y es el que sirve para cualquier otra superficie.

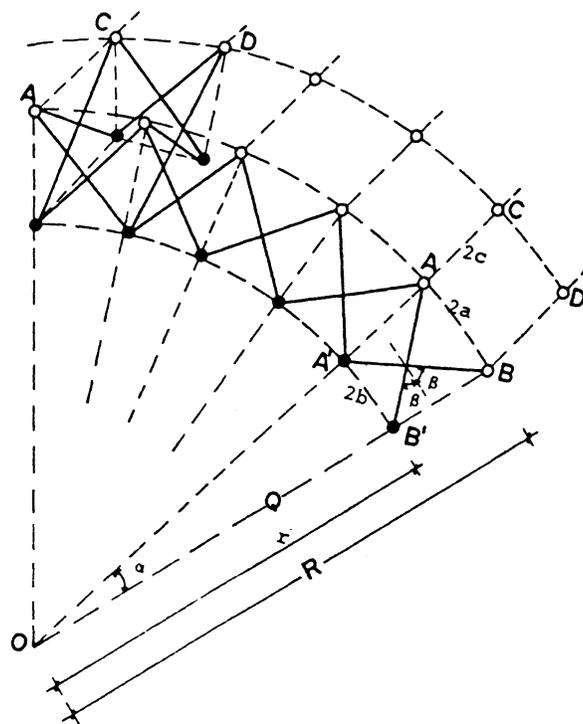


Fig. 16

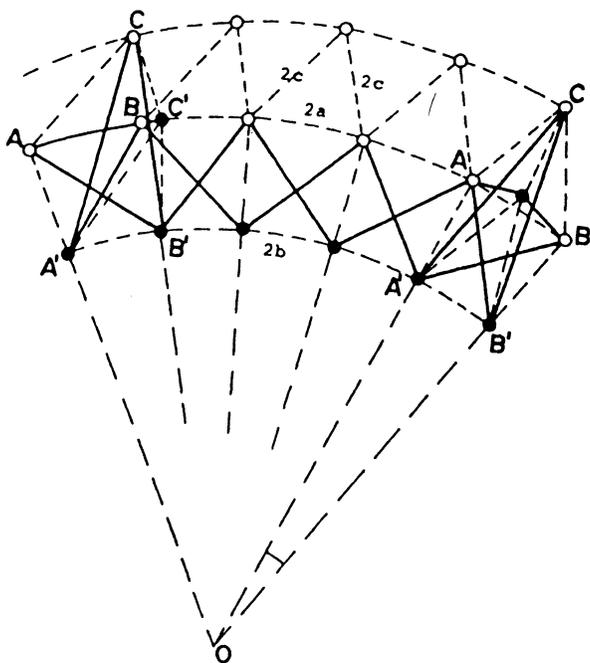


Fig. 17

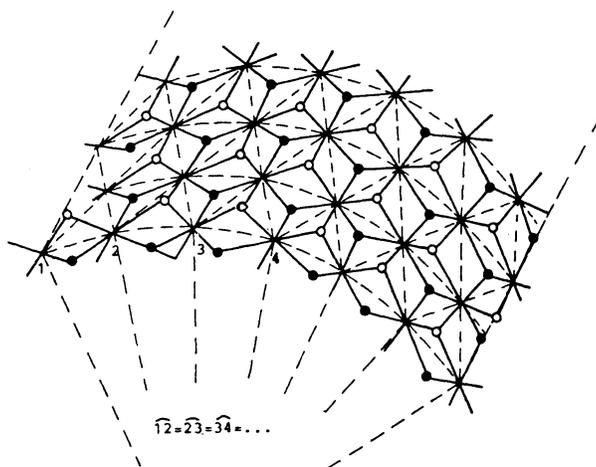


Fig. 18

Sus definiciones geométricas son las siguientes:

En caso de partir de **retícula de cuadrados**, las longitudes de las barras en "x" son (Fig. 19):

$$l_1 + l_2 = L$$

$$AP_1 = BP_1 = l_1 = R \sin(a/2) / \cos \beta$$

$$A'P_1 = B'P_1 = l_2 = (R-h) \sin(a/2) / \cos \beta$$

Todas las unidades componentes son iguales. Durante el movimiento se generan las semejantes.

En caso de partir de una **retícula de equiláteros** disponiendo un mecanismo de **un** grado de libertad (Fig. 20), las longitudes de las barras son:

$$AP = BP = l_1 = R \sin(a/2) / \cos \beta$$

$$A'P = B'P = l_2 = (R-h) \sin(a/2) / \cos \beta$$

$$l_1 + l_2 = L$$

$$2d = L \cos \beta = \sqrt{b^2 + f^2}$$

$$2c = \sqrt{a^2 + f^2}$$

Los puntos ACA'C' no están en el mismo plano, así como los BCB'C' por lo que para que se mantengan las unidades componentes iguales y sea el movimiento compatible (que genere a sus semejantes), es decir, para forzar la compatibilidad hay que quebrar las barras CA' y CB' de igual forma en todas las unidades componentes.

En caso de partir de una **retícula de equiláteros** disponiendo un mecanismo de **tres** grados de libertad (Fig. 21), las longitudes de las barras son:

$$l = l' = d / \cos \beta = (2c^2 + 2R^2 \sin^2(a/2)) / (c \cos \beta)$$

Todas las unidades componentes son iguales y generan a sus semejantes durante el movimiento.

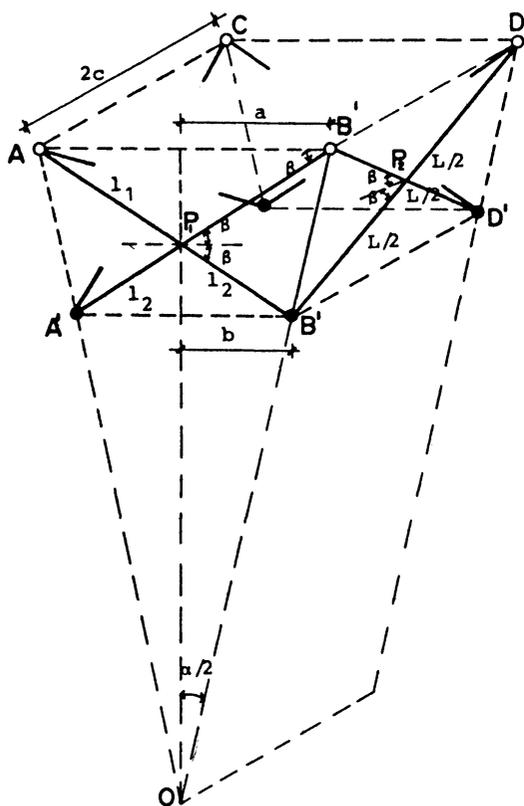


Fig. 19

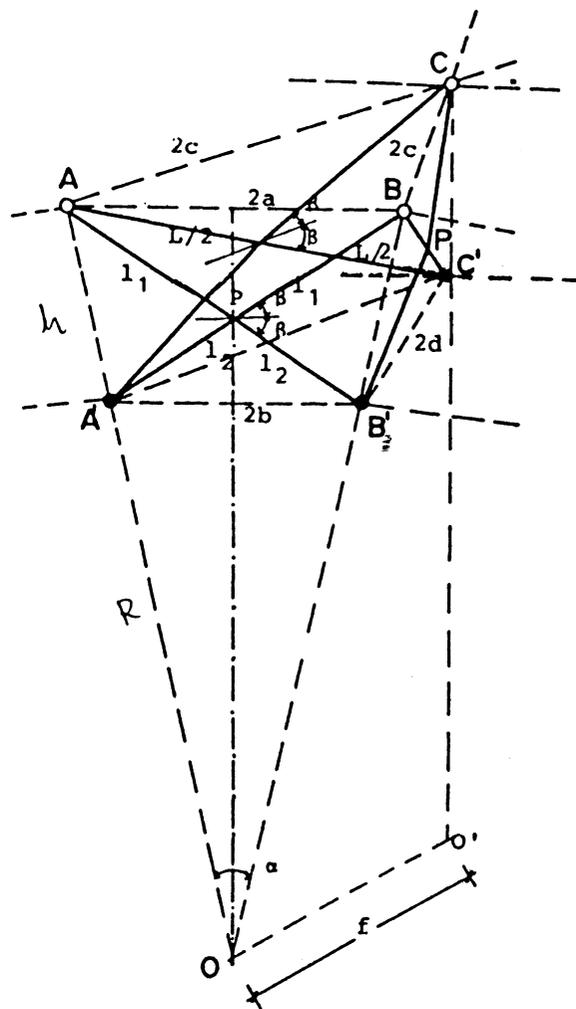


Fig. 20

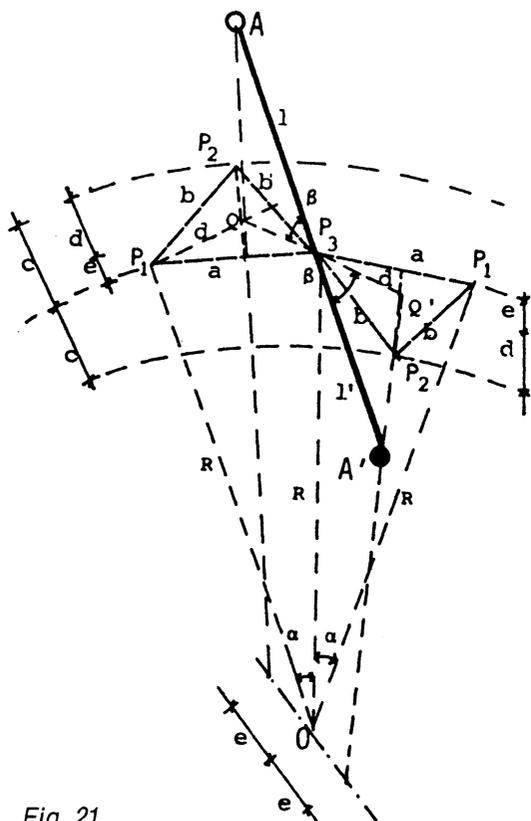


Fig. 21

## BIBLIOGRAFÍA

### E. Pérez Piñero:

Rev. Arquitectura, n. 30. Junio 1961.

Rev. Arquitectura, n. 112. Abril 1968.

Rev. Informes de la Construcción, n. 231. Junio 1971.

Rev. Arquitectura, n. 162-163. Julio-Agosto 1972.

### T.R. Zeigler:

Patente U.S.A. n. 4026313. 1977.

### S. Calatrava:

Zur Faltbarkeit von Fachwerken

Tesis doctoral. Zurich 1981.

### R.C. Clarke:

The kinematics of a novel deployable space structure system. 3er International Conference on Space Structures. Londres 1984.

\* \* \*

## publicaciones del ICCET/CSIC

	<p>Equipo de Ahorro de Energía en el edificio</p> <p>Dirección y coordinación: Arturo García Arroyo</p> <p>M.ª José Escorihuela José Luis Esteban José Miguel Frutos Manuel Olaya Bernardo Torroja</p> <p>selectividad en la aplicación de los sistemas y procedimientos pasivos dando origen a un ecumenismo arquitectónico solar, al margen de las condiciones climáticas y funcionales específicas de cada caso y lugar.</p> <p>En este libro, utilizando criterios y metodología pedagógicos, se dan los fundamentos e instrumentos teórico-prácticos necesarios para el planteamiento de todo proyecto arquitectónico solar pasivo, de acuerdo con los principios éticos y económicos de conservación y ahorro de energía. Es decir: respeto de los presupuestos bioclimáticos, búsqueda de la máxima captación y acumulación de la radiación solar, y esmero en el aislamiento térmico de los cerramientos.</p> <p>Un volumen encuadernado en cartulina ibiza plastificada, a cinco colores, de 16 x 23 cm, compuesto de 216 páginas, 217 figuras, 87 gráficos, 19 tablas y 10 cuadros.</p> <p>Madrid, 1983. Precios: España 2.100 ptas.; 30 \$ USA.</p>	<p>Las dificultades de suministro y el alto coste de los productos energéticos convencionales han despertado la atención de los usuarios, técnicos e industriales de la edificación hacia los procedimientos y sistemas en que se basa el aprovechamiento de otras fuentes alternativas de energía, principalmente la solar. Esto ha generado un rápido desarrollo industrial y comercial que, en opinión de los autores de este libro, arrastran los siguientes defectos: un mimético tecnologismo respecto de los sistemas convencionales que violenta las peculiaridades de la energía solar (baja densidad y variabilidad en el tiempo), y una escasa</p>
--	--	---