APROXIMACIONES POLINOMICAS AL METODO PARABOLA-RECTANGULO

(POLYNOMIAL APPROXIMATIONS TO THE PARABOLA-RECTANGLE METHOD)

400-20

José L. de Miguel Rodríguez, Arquitecto
Catedrático de Estructuras

RESUMEN

Se expone la formulación de la armadura de flexión en secciones rectangulares según el modelo parábola-rectángulo, se obtiene el desarrollo en serie y se discute la precisión obtenida por las formulaciones polinómicas de varios órdenes. Dicha formulación permite ponderar la diferente repercusión de cada variable incluida en la formulación original.

Se llega a concluir que una aproximación de primer orden posee en la práctica suficiente precisión, una interesante interpretación física, y una notable simplicidad, no conteniendo alguna variable de difícil estimación en los casos reales.

El estudio se amplía al caso de armadura de compresión, comprobándose que la misma formulación permite resolver este caso.

Para secciones en forma de T se concluye que la expresión simplificada es conservadora en demasía, y se sugieren correcciones a la misma.

SUMMARY

The article puts forward the formulation of flexure reinforcement in rectangular sections according to the parabola-rectangle model, obtains mass development and discusses the precision obtained by polynomial formulations of various orders. Said formulation allows the author to ponder the different effects of each variable included in the original formulation.

He reaches the conclusion that a first order approximation is sufficiently precise in practical use, an interesting physical interpretation, and notable simplicity, not having any variable difficult to estimate in real cases.

The study is extended to the case of compressive reinforcement. Here it is found that the same formulation allows the case to be solved.

For T-sections, the author concludes that the simplified expression is too conservative, and suggests corrections in it.

1. Formulación del método parábola-rectángulo

El modelo parábola-rectángulo reproduce con buena precisión el comportamiento global de las secciones de hormigón armado en el agotamiento a flexión. Al referirnos a comportamiento global queremos decir que el modelo no suministra información para dar cuenta del estado tensional de cada fibra de la sección, ni para explicar la relación de tensión de deformación del material hormigón. Sin embargo coincide con los hechos observables a flexión, en el sentido de que, en estado límite, la sección se comporta como si las distintas fibras tuvieran la respuesta definida en el modelo. Dicho de otro modo, lo que el modelo ajusta bien es la resultante del conjunto de las tensiones y no tanto cada una de las tensiones de cada punto; para este último propósito existen otros modelos.

En sección rectangular (ver figura 1) y línea neutra alta, $y < 0,5 d$, el conjunto de las tensiones del modelo

posee una resultante y punto de aplicación expresables con muy buena aproximación mediante una ley más sencilla: la rectangular, un bloque comprimido de profundidad $x = 0,8 \cdot y$ y a tensión constante de valor $0,85 \cdot f_{cd}$, que denominaremos por sencillez simplemente f .

Figura 1.—EL MODELO PARABOLA-RECTANGULO permite reproducir el comportamiento de flexión en agotamiento. La sección responde con tensiones cuya resultante en valor y posición coincide con una parábola hasta una deformación del 0,20 ‰ y con ley constante hasta 0,35 ‰. En sección rectangular dicha resultante coincide con una ley constante de profundidad 0,8 de la real.

2. Desarrollo en serie

La expresión (4) en forma adimensional, denominado $\omega = U/bdf = x/d$ y $\mu = M/bd^2f$, queda:

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} \quad (5)$$

Con esta última forma de expresarlo, resulta mucho más claro que el modelo no intenta dar cuenta del comportamiento ni de la tensión en cada punto, y que sólo es una solución *equivalente* del conjunto de las tensiones.

La relación de momento a armadura es clásica. En todo el intervalo $0 < y < d/2$ para una deformación del 0,35 por ciento de la fibra superior del hormigón, la del acero inferior supera el 0,2 % y por tanto la tensión de este último material es siempre igual a su resistencia de cálculo.

La resultante de tensiones de tracción U , producto de la sección de acero A_s , por su resistencia de cálculo f_{sd} debe ser igual, en flexión, a la de compresiones del hormigón, es decir:

$$U = b \cdot x \cdot f \quad (1)$$

El momento resultante de las tensiones debe ser igual al flector, o sea:

$$M = U \cdot (d - x/2) \quad (2)$$

Para $y < 0,5 \cdot d$ resulta ser $x < 0,4 \cdot d$ y por tanto $M < 0,32 \cdot b \cdot d \cdot f$.

Despejando x de (1), y sustituyendo en (2), se obtiene:

$$M = U \cdot (d - U/2 \cdot b \cdot f) \quad (3)$$

Despejando en esta última el valor de U queda:

$$U = b \cdot d \cdot f \cdot [1 - \sqrt{1 - 2 \cdot M/b \cdot d^2 \cdot f}] \quad (4)$$

que es la expresión buscada.

Desgraciadamente, esta expresión que permite calcular el valor de la capacidad mecánica de la armadura en función del momento, no explica la relación entre estas variables, ni cómo intervienen las demás; no permite entender la relevancia de cada una.

El desarrollo en serie polinómica de (5), para $\mu = 0$, $\omega = 0$, obtenida con la función incorporada *TAYLR* de HP-28C, queda:

$$\omega = \mu + 0,5 \cdot \mu^2 + 0,5 \cdot \mu^3 + \dots \quad (6)$$

Dado que $\mu < 0,35$ la serie (6) es rápidamente convergente, representando cada término sólo una leve corrección a los anteriores. Las pequeñas alteraciones que hay que introducir en el modelo rectangular para dar cuenta de la parábola-rectángulo, afectan sólo a los segundos decimales de los coeficientes del desarrollo (6).

Los valores representados en la Tabla 1 permiten asegurar que el primer término del desarrollo representa del orden del 85 % del total, el segundo la décima parte del primero, y el tercero la quinta parte del anterior; con los dos primeros términos se alcanza en torno al 95 % de la suma total.

La aproximación es —obviamente— mejor en las proximidades de $\mu = 0$, y se pierde precisión progresivamente según aumenta el valor de μ , ya que el ajuste se hace a partir de la tangente en el origen, recta que no es sino el primer término del desarrollo. La ley real es curva y se distancia incesantemente de dicha tangente al crecer μ (ver figura 5).

Figura 2.—LAS SECCIONES REALES de hormigón en flexión se asimilar a rectangulares cuando en realidad son secciones en T. En la parte superior se representan vigas de canto y en la parte inferior vigas planas usuales. En ambos casos el comportamiento puede reproducirse con un ancho equivalente intermedio entre el ancho mínimo y el máximo, este último con frecuencia indefinido.

Tabla 1. Aproximación por desarrollo en serie

Valor exacto:	ω	0,100	0,200	0,300	0,400
	μ	0,095	0,180	0,255	0,320
Valor aproximado:	$\omega_0 = \mu$	0,095	0,180	0,255	0,320
	$\omega_1 = \mu + 0,5\mu^2$	0,100	0,196	0,288	0,371
	$\omega_2 = \mu + 0,5\mu^2 + 0,5\mu^3$	0,100	0,199	0,296	0,387
Aproximación al valor exacto con:	ω_0	95 %	90 %	85 %	80 %
	ω_1	100 %	98 %	96 %	93 %
	ω_2	100 %	100 %	99 %	97 %
Error al tomar la aproximación:	$\omega - \omega_0$	0,005	0,020	0,045	0,080
	$\omega - \omega_1$	—	0,004	0,012	0,029
	$\omega - \omega_2$	—	0,001	0,004	0,013

3. Aproximación polinómica.

Se puede mejorar la precisión que suministra el primer término del desarrollo en serie si se adopta una recta secante, lo que obliga a modificar también los coeficientes de términos superiores. El ajuste puede hacerse por mínimos cuadrados, o primando los errores del lado de la seguridad con un coeficiente de ponderación apropiado.

La expresión general de una aproximación polinómica sería:

$$\omega = \alpha_1 \cdot \mu + \alpha_2 \cdot \mu^2 + \alpha_3 \cdot \mu^3 + \dots \quad (7)$$

Con el valor $\alpha_1 = 1,176$ se obtienen errores —del lado de la seguridad— sólo ligeramente superiores a 0,010 hasta $\mu = 0,30$. El intento de corregir los errores en contra de la seguridad para $\mu > 0,30$ con el segundo término, adoptando $\alpha_2 = 0,118$ acentúa los errores de tomar con aproximación sólo el primer término (ver Tabla 2).

4. Parámetros esenciales

Aceptando expresiones polinómicas de las del tipo (7), estamos en condiciones de analizar los parámetros esenciales de la relación de momento a armadura.

De acuerdo con la definición de μ y ω dadas, la expresión (7) queda:

$$U/b \cdot d \cdot f = \alpha_1 \cdot M/b \cdot d^2 \cdot f + \alpha_2 \cdot M^2/b^2 \cdot d^4 \cdot f^2 + \dots \quad (8)$$

es decir:

$$U = \alpha_1 \cdot M/d + \alpha_2 \cdot M/d \cdot M/b \cdot d^2 \cdot f + \dots \quad (9)$$

Como $\alpha_2 \ll \alpha_1$, ya que $\alpha_2 \approx 0,1 \cdot \alpha_1$, y $M/b \cdot d^2 \cdot f < 0,32$ el segundo término vale menos del 3 % del primero; el primero representa pues la mayor parte de la información. El valor de la armadura depende prioritariamente del valor del momento y —inversamente— del canto.

En segundo lugar, y suministrando sólo matices muy ligeros, casi imperceptibles, aparecen como variables el ancho b —en realidad la forma de la sección— y la resistencia del hormigón f .

En cálculos preliminares, para estimación de la armadura, puede usarse perfectamente sólo el primer término; para un ajuste fino o comprobación deben tomarse los demás. En la práctica el paso de capacidad mecánica a redondos cubre más que holgadamente el término segundo y sucesivos.

Tabla 2. Aproximación polinómica

Valor exacto	ω	0,050	0,100	0,150	0,200	0,300	0,400
	μ	0,049	0,095	0,139	0,180	0,255	0,320
Aproximación	$\omega_1 = 1,176 \cdot \mu$	0,058	0,112	0,163	0,212	0,300	0,376
	$\omega_2 = 1,176 \cdot \mu + 0,118 \cdot \mu^2$	0,058	0,113	0,164	0,215	0,307	0,386
Error	$\omega - \omega_1$	+0,008	+0,012	+0,013	+0,012	—	—0,024
	$\omega - \omega_2$	+0,008	+0,013	+0,014	+0,015	+0,007	—0,014

La ventaja de utilizar sólo el primer término de (9) es más evidente en edificios, donde es sumamente deseable una expresión de la armadura que no dependa de b . En este tipo de construcciones es usual disponer secciones en las que no es fácil definir el ancho b . En la realidad la sección no es rigurosamente rectangular, sino que se asimila a ese tipo. Para utilizar las expresiones anteriores debe tomarse un valor de *ancho equivalente* b_e intermedio entre todos ellos, y el ancho en la parte superior —el máximo— está indefinido.

En secciones de canto (ver figura 2) el espesor de la capa de compresión del forjado, y el macizado a que obligan los carambucos —con valor indecible en la fase de proyecto— no permiten calcular con precisión el ancho b_e ; en vigas planas el grado de desconocimiento es mayor; sólo se pueden hacer estimaciones relativamente groseras del valor b_e .

Existen límites razonables para el ancho máximo, para el que no puede tomarse mucho más que el ancho inferior más algunos cantos a cada lado, o una fracción de la luz en torno al octavo; pero el cálculo en detalle es complejo, y depende de la armadura que se está intentando calcular. De aceptar los valores del artículo 46 de la norma EH-82, se podría tomar en ocasiones hasta la separación entre vigas, del orden de varios metros. Aun la adopción prudente de un ancho máximo no superior a un metro, obligaría, para utilizar la expresión teórica (4), a probar con varios valores de b y proceder en consecuencia. La lectura de la (9) nos asegura que no habrá demasiadas variaciones, y que el valor:

$$U = 1,176 \cdot M/d \quad (10)$$

es suficiente para precalcular la armadura, partiendo sólo del dimensionado del canto.

5. Significado físico

La expresión (10) posee un significado simple. Dado que U es la fuerza en la armadura, y M el momento, el resto, el valor $d/1,176 \approx 0,85 \cdot d$ representa el brazo de palanca de la sección.

La sección rectangular a flexión —sin armadura de compresión—, puede entenderse, en primera aproximación, como dos fuerzas, una de tracción situada en la armadura, y otra de compresión, a $0,85 \cdot d$ de la anterior.

Naturalmente una expresión aproximada comporta un error que es preciso acotar.

6. Error

Utilizar como expresión aproximada del desarrollo (7) el primer término en la forma (10), introduce errores. Hasta $M = 0,25 \cdot b \cdot d^2 \cdot f$ son a favor de seguridad. El incremento de armadura respecto a la estricta es a lo sumo de $0,013 \cdot b \cdot d \cdot f$. Denominando A_0 al incremento de armadura, su valor es:

$$A_0 \cdot f_{sd} < 0,013 \cdot b \cdot d \cdot f \quad (11)$$

El cociente de resistencia —efectiva— de hormigón, $f = 0,85 \cdot f_{cd}$ a la de acero, f_{sd} es generalmente del orden de 0,025 y no puede oscilar mucho alrededor de ese valor. Dividiendo ambos miembros por la resistencia de cálculo del acero, f_{sd} , queda:

$$A_0 < 0,00033 \cdot b \cdot d \quad (12)$$

El error en adoptar la fórmula (10) es inferior a 0,23 cm² para una sección de 20 × 40 cm. Si se pretende armar con $\Phi 12$, el exceso de armadura no llega a un quinto de barra. Mientras el diámetro del redondo sea más o menos del orden de $0,04 \cdot \sqrt{(b \cdot d)}$ se llega a la misma conclusión. Para una sección de 40 × 100 el error es inferior a 1,25 cm², también una quinta parte de $\Phi 25$. Contando con que es un error del lado de la seguridad es sumamente razonable.

Si se desea utilizar la expresión (10) para $M > 0,25 \cdot b \cdot d^2 \cdot f$, el error es ahora en contra de la seguridad, y alcanza un valor hasta tres veces superior, casi una mitad de barra. Pero el error debido a la estimación de b es generalmente mayor, y del lado de la seguridad, y el paso a armado real añade en promedio media barra al valor calculado. Por todo ello la expresión (10) debe entenderse como válida para el precálculo de la armadura.

No obstante para valores elevados de momento se suele disponer armadura de compresión, que introduce cambios en el modelo estudiado.

7. Armado de compresión

Aunque el modelo parábola-rectángulo no obliga directamente a disponer armadura de compresión hasta un valor $M = 0,48 \cdot b \cdot d^2 \cdot f$ o lo que es lo mismo hasta $M = 0,40 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$, la eficacia del acero disminuye progresivamente, exigiendo incrementos de armadura a más velocidad que el momento; para el valor señalado la armadura es ilimitada.

Tabla 3. Aproximación polinómica con armado de compresión

Valor exacto	ω	0,400	0,500	0,600	0,700	0,800	d'/d
	μ	0,320	0,405	0,490	0,575	0,660	0,85
		0,320	0,410	0,500	0,590	0,680	0,90
		0,320	0,415	0,510	0,605	0,700	0,95
Aproximación		0,376	0,476	0,576	0,676	0,776	0,85
$\omega = 1,176 \cdot \mu$		0,376	0,482	0,588	0,694	0,800	0,90
		0,376	0,488	0,600	0,711	0,823	0,95
Error		-0,024	-0,024	-0,024	-0,024	-0,024	0,85
		-0,024	-0,018	-0,012	-0,006	—	0,90
		-0,024	-0,012	—	+0,011	+0,023	0,95

Figura 3.—LA ARMADURA DE COMPRESION influye en el modelo de flexión, modificando la resultante de compresiones y su punto de aplicación. Cuando la profundidad comprimida supera la mitad del canto, es competitiva su existencia. Cuando existe, su efecto es el mismo que el que produce una forma en T.

y operando resulta:

$$\begin{aligned}\omega &= \mu / \beta + (0,4 - 0,32 / \beta) \\ \omega' &= (\mu - 0,32) / \beta\end{aligned}\quad (16)$$

Para la cuantía de tracción, el sumando entre paréntesis es muy pequeño, en ocasiones nulo, por lo que puede intentarse también una aproximación de un polinomio de primer grado como el indicado en (7). Para el mismo valor de coeficiente que el utilizado en el caso de no existir armadura de compresión, los resultados se exponen en la tabla 3 y en la figura 6.

A partir de una profundidad $y \approx 0,6 \cdot d$, es decir para $M > 0,36 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$, la armadura mínima se obtiene sistemáticamente disponiendo armadura de compresión, ver figura 4. Por ductilidad es recomendable hacerlo incluso antes, de forma que $x/d < 0,4$ o sea, que sólo se debe prescindir de armadura de compresión si $M < 0,27 \cdot 27 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$, es decir $M < 0,32 \cdot b \cdot d^2 \cdot f$.

Si se dispone armadura de compresión a partir de $M = 0,32 \cdot b \cdot d^2 \cdot f$ las expresiones de cálculo de armadura son (ver figura 3) respectivamente las de suma de fuerzas y suma de momentos, a saber:

$$\begin{aligned}U &= 0,4 \cdot b \cdot d \cdot f + U' \\ M &= 0,32 \cdot b \cdot d^2 \cdot f + U' \cdot d'\end{aligned}\quad (13)$$

En forma adimensional, denominando $\beta = d'/d$ que oscila desde 0,85 a 0,95, quedan:

$$\begin{aligned}\omega &= 0,4 + \omega' \\ \mu &= 0,32 + \beta \cdot \omega'\end{aligned}\quad (14)$$

Despejando la cuantía de compresión de la segunda y sustituyendo en la primera queda:

$$\begin{aligned}\omega &= 0,4 + (\mu - 0,32) / \beta \\ \omega' &= (\mu - 0,32) / \beta\end{aligned}\quad (15)$$

Como puede observarse, el error en contra de la seguridad no aumenta, valiendo los razonamientos hechos en el epígrafe anterior. Además, frecuentemente la armadura de compresión no se calcula sino que se recicla de la existente en otra sección, por lo que se puede adoptar un valor generoso sin coste adicional, con las ventajas añadidas de una mayor ductilidad.

Lo analizado abarca sólo hasta momentos en los que la armadura de compresión es del mismo orden que la mitad de la traccionada, o el momento doble del que supuso el inicio de la armadura de compresión, que en la práctica es lo que se maneja como tope de armadura máxima.

Para la armadura de compresión la formulación debe entenderse más de comprobación que de cálculo. De (16) se deduce que:

$$U' > U - 0,40 \cdot b \cdot d \cdot 0,85 \cdot f_{cd}\quad (17)$$

Para la aplicación de la fórmula (17) deben adoptarse estimaciones razonables de b y de f_{cd} . El coeficiente numérico 0,40 es convencional; indica el momento a partir del que se desea armadura de compresión; no existe error apreciable en adoptar un valor ligeramente diferente para dicho coeficiente.

Figura 4.—LA APARICION DE ARMADURA DE COMPRESION depende de la flexión. En vertical se representa el momento; en horizontal la suma de armaduras de tracción y compresión. Aunque los incrementos de momento no son nunca proporcionales a la armadura —aumentando más rápidamente ésta— a partir de un instante su crecimiento es tan veloz que compensa la introducción de armadura de compresión. Por debajo de ese valor la armadura de compresión apenas influye en el momento resistido, significando solamente un sobrecoste innecesario; por encima se justifica plenamente. El punto de cambio brusco de eficacia de la armadura corresponde sensiblemente a una profundidad de la mitad del canto.

8. Secciones de ancho variable

En secciones en forma de T (ver figura 5) para valores $y < t$, la sección se comporta como con un ancho igual al del ala, es decir con un ancho equivalente $b_e = (k + 1) \cdot b$. Cuanto mayor es el valor de k , más se parece la función momento-armadura a $\mu = w$, y por tanto a $U = M/d$. La armadura, para que quepa en el ancho inferior, y sobre todo por problemas de flecha, no puede exceder razonablemente de la correspondiente al momento $0,8 \cdot b \cdot d^2 \cdot f$.

Cuando $y \gg t$, todo el ala responde con la resistencia eficaz f , que supone una capacidad mecánica $U_a = k \cdot b \cdot t \cdot f$ y un momento $M_a = k \cdot b \cdot t \cdot f \cdot (d - t/2)$; a ello hay que añadir el comportamiento de una sección rectangular de ancho b .

Las expresiones son:

$$\begin{aligned} \text{si } y < t \quad M &= b \cdot x \cdot f(d-x/2) + k \cdot b \cdot x \cdot f(d-x/2) \\ U &= b \cdot x \cdot f + k \cdot b \cdot x \cdot f \\ \text{si } y \gg t \quad M &= b \cdot x \cdot f(d-x/2) + k \cdot b \cdot t \cdot f(d-t/2) \\ U &= b \cdot x \cdot f + k \cdot b \cdot t \cdot f \end{aligned} \quad (18)$$

En la figura 6 aparecen dibujados varios de los diagramas de secciones en T. Todos ellos son —obviamente— intermedios entre el correspondiente a sección rectangular y la recta $U = M/d$; por tanto resultan seguras en todos los casos las expresiones deducidas para dicho tipo de sección. Todos los diagramas arrancan desde el origen, más pegados a la recta $\mu = w$, y alcanzan la recta $U = M/0,85 \cdot d$ más lejos que la sección rectangular, y por ello el margen de seguridad utilizando las expresiones de sección rectangular es, en ocasiones, excesivo. La expresión (10) debería corregirse utilizando un valor más apropiado de brazo de palanca. El brazo de palanca de la sección oscila desde $0,85 \cdot d$ para sección rectangular, hasta d para sección en T con alas indefinidamente extensas; un límite práctico está en el valor $0,95 \cdot d$.

El diagrama momento-armadura se puede asimilar groseramente al producido por una sección de un ancho superior al del nervio. Dicho valor sería el ancho equivalente b_e de la sección en T. En la Tabla 4 se presenta una estimación de ese valor, obtenida a partir de las expresiones (18); el ancho equivalente es rápidamente $(k + 1) \cdot b$ en cuanto $t \approx 0,2 \cdot d$.

Figura 5.—LA SECCION EN T posee un comportamiento a medias entre un ancho igual al máximo y al mínimo. Cuando la profundidad de la zona comprimida no excede del espesor del ala se comporta como con el ancho máximo. A partir de ese punto la colaboración del ala se estabiliza y el aumento del momento exige crecimientos de armadura como una sección de ancho igual al del nervio. En la figura 5 se representan las curvas de este tipo de sección. Cuanto más larga sea el ala más se aproxima el comportamiento a la ley $w = \mu$. Si el espesor del ala es muy pequeño, la ley recupera en los últimos estadios su aspecto convencional. La existencia de armadura de compresión produce el mismo efecto que la forma en T.

En la misma tabla se ofrece una propuesta del brazo de palanca efectivo para cálculo de armadura, que llega a ser de $0,90 \cdot d$ cuando el ala supera cuatro veces el ancho del nervio, aunque haría falta que lo excediera en un factor de diez para llegar a $0,95 \cdot d$. Tanto en vigas principales, como en viguetas de forjado, se alcanzan fácilmente relaciones de 8 para dicha proporción de anchos, mientras que t/d suelen oscilar entre 0,10 a 0,20 para viguetas y entre 0,05 y 0,15 para vigas.

Si existe armadura de compresión, puede traducirse a sección equivalente resistente de hormigón, creando

Tabla 4. Características a flexión de secciones en T.

Valor de k	1	2	4	8	1	2	4	8
Espesor t/d	1,4	2,4	4,3	8,2	0,85	0,85	0,87	0,90
	1,6	2,6	4,6	8,6	0,85	0,87	0,90	0,92
	1,8	2,9	5,0	9,0	0,87	0,90	0,92	0,94
	Ancho equivalente b_e/b				Brazo de palanca z/d			

o acrecentado el ala. La armadura necesaria a compresión puede obtenerse con la expresión generalizada de la (17), a saber:

$$U' = U - A_{0,4} \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \quad (19)$$

denominando $A_{0,4}$ la sección de hormigón existente en la parte comprimida en una profundidad $0,4 \cdot d$. La armadura de compresión sólo será necesaria para valores pequeños de ala.

9. Conclusión

En vigas de hormigón armado, de sección rectangular o en T, y sobre todo en edificación, la expresión:

$$A_s \cdot f_{sd} = M / 0,85 \cdot d \quad (20)$$

permite obtener una buena aproximación de la armadura de tracción, con la ventaja añadida de no depender del ancho, valor relativamente difícil de estimar en los casos usuales, en los que no sólo es variable a lo alto de la sección, sino que además en la parte superior es, con frecuencia, indefinido.

El error es insignificante —generalmente menor de un quinto de barra— y del lado de la seguridad para momentos inferiores a $0,25 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$, siendo b el ancho inferior de la viga. Para momentos superiores se puede cometer un error del lado de la inseguridad, usualmente no superior a media barra. Una expresión totalmente segura es añadir a la capacidad calculada según (20) el valor $0,02 \cdot b \cdot d \cdot f$, en general más que cubierta con la indeterminación del ancho equivalente y el paso a redondos.

La armadura de tracción se explica fundamentalmente como cociente de momento y canto. La calidad del

FIGURA 6.—UNA APROXIMACIÓN POLINOMICA de primer orden —una recta— para el valor de la armadura es muy efectiva. Las coordenadas de momento relativo y armadura relativa se han dibujado oblicuas para exagerrar la diferencia de la curva real ($A' = 0$) con la aproximación polinómica más simple ($\omega = 0,85 \cdot \mu$); en la figura 4 se representa la misma gráfica en coordenadas ortogonales, pudiéndose observar la pequeña diferencia con una recta. Todas las curvas de secciones rectangulares y en T, sin y con armadura de compresión, se encuentran entre la aproximación anterior y la trivial ($\omega = \mu$). El error es muy inferior a 1ϕ —cuyo margen se representa en líneas paralelas a la aproximación de brazo de palanca $0,85 \cdot d$ — y casi siempre del lado de la seguridad. La existencia de una simple armadura de compresión con el valor mínimo de norma —véanse las curvas rotuladas con los valores d'/d — aumenta notablemente la seguridad de la aproximación. Si la sección es en forma de T —como son la práctica totalidad de las usadas en edificación, según se muestra en la figura 2— la aproximación más efectiva puede ser una recta con pendiente 0,90 ó 0,95.

hormigón y el ancho sólo explican ligeras oscilaciones despreciables en torno a ese valor.

Lo que permiten obtener esas variables secundarias es la evaluación del error que se comete con la expresión simplificada, que es, generalmente, del lado de la seguridad. De acuerdo con la expresión totalmente segura, el valor del ancho y la resistencia del hormigón sirven para determinar la holgura del redondeo necesario al pasar a barras de acero. Con sólo una estimación aproximada de la resistencia del hormigón y del ancho se puede saber si dicho redondeo define una armadura del lado de la seguridad.