

UN METODO DE CONDENSACION DE GRADOS DE LIBERTAD PARA LA COMPROBACION DEL COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE PORTICOS DE HORMIGON ARMADO*.

424-2

(A METHOD OF REDUCTION OF DEGREES OF FREEDOM FOR NONLINEAR ANALYSIS OF RIGID REINFORCED CONCRETE FRAMES)

Jesús Rodríguez Santiago
Dr. Ingeniero de Caminos
Dragados y Construcciones, S. A.
Profesor de Estructuras (ETSAM)

Director de tesis:
José Antonio Torroja Cavanillas
Dr. Ingeniero de Caminos
Catedrático de la Escuela Superior
de Ingenieros de Caminos (U.P.M.)

RESUMEN

El objetivo de esta tesis es el desarrollo y la puesta a punto de un método para la comprobación del comportamiento no lineal de pórticos planos de hormigón armado, que tiene en cuenta los efectos de segundo orden y la no linealidad del material.

Es un método práctico y "exacto", que permite comprobar pórticos planos regulares, previamente dimensionados, detectando tanto las situaciones de inestabilidad de la estructura (pandeo traslacional de una planta o pandeo de un soporte) como las de agotamiento resistente de las secciones.

Las relaciones entre las acciones en los nudos y sus movimientos, se establecen de acuerdo con un procedimiento original, consistente en analizar por separado cada línea de vigas y pilares, sustituyendo la acción de los elementos que inciden en la misma, por coacciones elásticas al giro. Mediante un proceso iterativo, en el que se mantiene constante la matriz de rigidez de la estructura, se introducen las correcciones debidas a los efectos de segundo orden y a la no linealidad de material. El método no requiere un elevado nivel de discretización, ya que los elementos de cálculo coinciden con las barras de la estructura, y converge, en la mayor parte de los casos, con un número reducido de iteraciones, gracias a la utilización de dos procedimientos originales para la mejora de la convergencia.

Ha sido contrastado con otros métodos de cálculo no lineal publicados en la bibliografía revisada, obteniéndose resultados similares en los ejemplos estudiados. Se han calculado, mediante el método, pórticos esbeltos con un número elevado de barras, con lo que se ha comprobado su capacidad para abordar el estudio de este tipo de estructuras.

SUMMARY

The aim of this thesis is to develop and implement a method for studying the nonlinear behaviour of plane reinforced concrete frames, taking material nonlinearity and second order effects into account.

It is a "precise", practical method allowing regular plane frames to be studied, detecting both structural instability situations (sway buckling of all the columns of a floor or braced column buckling), together with ultimate section strength.

Relationships between joint loads and their displacements are established with an original procedure, consisting of performing a separate analysis for each line of columns and beams, substituting the influence of the member acting on it by elastic springs. An iterative process, in which the structural stiffness matrix is held constant, is used to introduce corrections due to second order effects and material nonlinearity. The method does not require a high number of elements, as the design elements coincide with the structural members (beams and columns) and usually converge with few iterations, thanks to the use of original convergence enhancement procedures.

It has been compared with other methods of nonlinear analysis published in the bibliography reviewed, obtaining similar results for the cases studied. The method has been used to analyse slender frames with many members, confirming its capacity for handling this type of structure.

* Tesis doctoral leída el 18 de febrero de 1988, en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

1. ANTECEDENTES

El estudio de los pórticos de hormigón armado teniendo en cuenta los efectos de segundo orden requiere un voluminoso desarrollo numérico debido, fundamentalmente, al comportamiento fuertemente no lineal del material cuando se alcanzan situaciones próximas a las de agotamiento.

Para facilitar la tarea del proyectista, los distintos códigos, ACI 318, BS 8110, CODIGO MODELO CEB-FIP, DIN 1045, REGLAS B.A.E.L. 83, EH-82, proponen soluciones aproximadas que, generalmente, consisten en el análisis independiente de las barras comprimidas, asimilándolas a barras biarticuladas cuya carga de pandeo en la hipótesis de comportamiento lineal del material fuese la misma. Este planteamiento, sin duda práctico, carece de rigor ya que la equivalencia en el campo lineal no tiene por que conservarse al desaparecer la linealidad. De hecho los propios códigos limitan el campo de aplicación de estos procedimientos simplificados a pórticos que cumplan una serie de limitaciones de esbeltez o de deformación bajo cargas transversales.

El estudio de los pórticos que no cumplan dichas limitaciones se lleva a cabo, según los códigos indicados, mediante un método general que consiste en el cálculo completo de los mismos y en el que el comportamiento no lineal de los materiales se tiene en cuenta a partir de unos determinados diagramas tensión-deformación.

Para paliar esta situación, en los últimos años se han desarrollado numerosos trabajos dedicados al tema, que han dado lugar a varias tesis doctorales y publicaciones (1), (3), (4), (5), (6), (7), (8), (10). Estos trabajos presentan diversas formas de tener en cuenta los efectos de las no linealidades y emplean distintos grados de discretización de la estructura. La mayor parte de ellos utilizan la matriz de rigidez completa de la estructura, manteniendo el elemento que consume más memoria y tiempo de cálculo, lo que explica que no se hayan incorporado a la práctica ingenieril.

2. DESCRIPCION GENERAL DEL METODO DE CALCULO

El método de cálculo desarrollado (9) está concebido para la comprobación de pórticos planos de hormigón armado formados por líneas horizontales y verticales completas, en las que las barras son rectas, de sección constante y rectangular, y los soportes de la primera planta están empotrados en su extremo inferior.

Se consideran los efectos producidos por las cargas de corta duración, aplicadas en los nudos o en las barras de las alineaciones horizontales del pórtico.

Las hipótesis en las que se basa el método son:

— Las secciones de las barras, perpendiculares a su directriz, se mantienen planas y normales a la misma durante la deformación.

— La tensión normal " σ " es función de la deformación longitudinal " ϵ " y viene definida:

- En el acero, por medio del diagrama elasto-plástico, definido en el código EH-82.

- En el hormigón, por medio del diagrama hiperbólico, definido también en el citado código, y modificado mediante la introducción de coeficientes de minoración diferentes para la resistencia característica y el módulo de deformación longitudinal. De esta manera se reproducen con un único diagrama las condiciones resistentes y de deformabilidad de la estructura, evitando la contradicción que supone el utilizar diagramas diferentes para la obtención de los esfuerzos en una sección determinada, mediante el cálculo no lineal del pórtico, y para la comprobación de su agotamiento resistente.

— No se tiene en cuenta la deformación axil de las vigas.

Es un método "exacto", en el sentido de que, admitiendo como "exactas" las hipótesis de partida antes expuestas, la solución final cumple las siguientes condiciones:

— Existe equilibrio entre las acciones exteriores y los esfuerzos resistidos, incluidos los efectos de segundo orden.

— Existe compatibilidad de deformaciones, de manera que hay coherencia entre los movimientos de los nudos y las deformaciones de las barras.

— La relación, para cada sección, entre el momento flector, el esfuerzo axil y la curvatura cumple las hipótesis de partida, planteadas en este método.

Consta de las siguientes partes:

— *Cálculo lineal* de la estructura a partir de las acciones aplicadas en los nudos, que se realiza, en cada iteración, mediante un método simplificado en el que se analizan por separado las alineaciones horizontales y verticales, y en el que las rigideces de las barras se calculan a partir de las características de sus secciones brutas. El efecto

de las barras transversales que inciden en cada nudo de la alineación considerada se tiene en cuenta mediante coacciones elásticas al giro.

Este cálculo se efectúa en dos etapas. En la primera, la estructura, considerada como intraslacional, se calcula sometida a los momentos exteriores actuantes en los nudos, incluidos los producidos por las cargas aplicadas en las barras (fig. 1). En esta etapa, el error que se produce al considerar independientemente cada alineación de vigas es pequeño y, de hecho, existen métodos aproximados de cálculo que proceden de esta manera. Naturalmente, los momentos resistidos por las coacciones aplicadas en cada nudo se reparten entre los pilares que concurren en el mismo. Esto da lugar a la aparición de esfuerzos cortantes en los pilares, que, si no están en equilibrio, deben ser compensados mediante la aplicación, en cada planta, de unas fuerzas horizontales ficticias.

La segunda etapa consiste en el análisis de la estructura traslacional sometida a las acciones horizontales, incluidas las necesarias para restablecer el equilibrio de esfuerzos cortantes en los pilares, producidos en la primera etapa (fig. 2). En esta segunda etapa no es posible separar las acciones que actúan sobre cada línea de pilares, por lo que hay que considerar la estructura en su conjunto. Sin embargo, al no aplicarse momentos exteriores en los nudos de la estructura en esta etapa, se pueden expresar los giros en los nudos de cada línea en función de los desplazamientos horizontales de los mismos y así se obtiene la matriz de rigidez de cada línea que relaciona las fuerzas y desplazamientos horizontales. Ahora bien, al no considerarse deformación axil en las vigas, todos los nudos de cada planta tienen el mismo desplazamiento horizontal, por lo que la matriz de rigidez general es la suma de las matrices parciales correspondientes a cada alineación vertical de pilares.

Este procedimiento permite condensar los grados de libertad de la estructura reduciendo el tamaño de la matriz de rigidez al número de plantas del pórtico.

A fin de no tener que repetir este proceso en cada iteración, una vez montadas las matrices al principio del programa, se procede a su inversión de forma que se puedan obtener los giros y desplazamientos directamente a partir de las acciones aplicadas en los nudos.

Además del proceso descrito, se efectúa una corrección posterior para tener en cuenta el acortamiento elástico de los pilares, aunque este efecto es prácticamente despreciable, salvo en pórticos muy esbeltos.

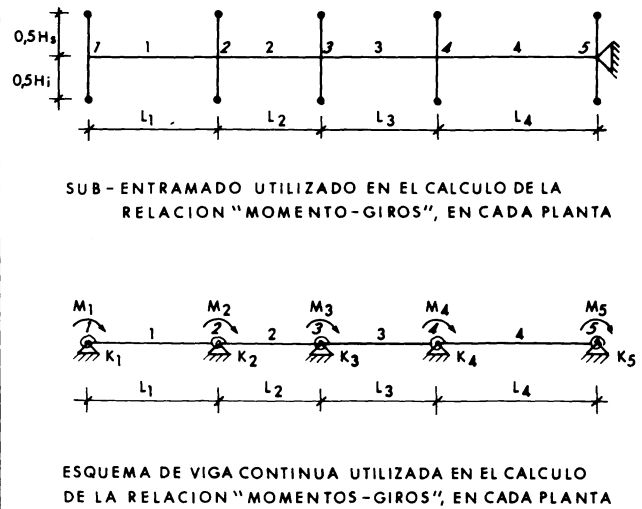


Fig. 1.—Esquemas para el cálculo con momentos.

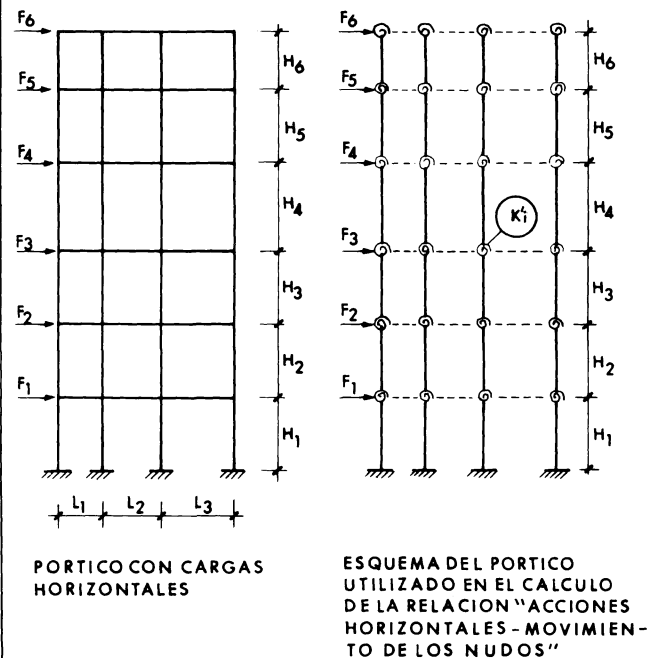


Fig. 2.—Esquemas para el cálculo con cargas horizontales.

— *Introducción de la corrección debida al comportamiento no lineal del material* que, en cada iteración, se realiza sustituyendo el momento flector calculado en cada sección por el momento flector compatible con la curvatura y el esfuerzo axil. El equilibrio se reestablece introduciendo un sistema de acciones obtenido a partir de la diferencia, en cada sección, entre el momento compatible y el calculado.

— *Corrección debida a los efectos de segundo orden* que, en cada iteración, se realiza mediante la introducción de un sistema de fuerzas horizontales aplicadas en secciones intermedias y en los nudos extremos de los pilares, deducidas a partir del

incremento de deformaciones. De esta forma se tienen en cuenta el desplazamiento horizontal relativo entre las plantas y el efecto de la deformación interna de los soportes.

El proceso iterativo, que se plantea para introducir las correcciones debidas al comportamiento no lineal de la estructura y la utilización del modelo lineal aproximado, converge lentamente por lo que ha sido preciso incorporar al método dos procedimientos para la mejora de la convergencia.

El proceso iterativo se detiene por una de las dos causas siguientes:

- Cuando se detecta una situación de inestabilidad de la estructura, que corresponde a una falta de convergencia del proceso iterativo.
- Cuando se alcanza una posición deformada de la estructura en la que existe equilibrio entre las acciones exteriores y los esfuerzos obtenidos, y en la que la diferencia, en cada sección, entre el momento compatible con la curvatura y el esfuerzo axial, y el momento calculado es menor que un valor prefijado. En este último caso se realiza una comprobación del agotamiento resistente por deformación de las secciones de todas las barras de la estructura.

3. CONCLUSIONES

El método desarrollado es un método iterativo, práctico y "exacto", que permite comprobar el comportamiento no lineal de pórticos planos de hormigón armado, previamente dimensionados, detectando tanto las situaciones de inestabilidad de la estructura (pandeo traslacional de una planta o pandeo de uno de sus soportes) como las de agotamiento resistente de sus secciones.

Supone una contribución para el estudio de este tipo de estructuras, y se sitúa dentro del campo de los métodos "exactos", ideados para aplicaciones de tipo práctico. No requiere un nivel alto de discretización de la estructura, al coincidir los elementos de cálculo con sus barras, y converge, en la mayor parte de los casos, con un número reducido de iteraciones, gracias a la utilización de dos procedimientos para la mejora de la convergencia del proceso iterativo empleado.

Las principales **aportaciones originales** han sido:

- La utilización de un modelo lineal, sencillo y rápido gracias a la condensación de grados de libertad, que aprovecha el procedimiento iterativo, necesario para introducir los efectos de la no

linealidad, para corregir los resultados aproximados obtenidos.

Se consigue así un ahorro importante de tiempo de cálculo y de memoria en el ordenador, y se manejan matrices pequeñas cuyas dimensiones corresponden al número de alineaciones verticales y horizontales del pórtico.

- La utilización de un diagrama tensión-deformación del hormigón que reproduce simultáneamente las condiciones resistentes y de deformabilidad de la estructura. En este aspecto, el método difiere de los métodos contenidos en la bibliografía revisada y evita la contradicción que supone el utilizar diagramas diferentes para la obtención de los esfuerzos en una sección determinada, mediante el cálculo no lineal del pórtico, y para la comprobación de su agotamiento resistente.

Esta aportación no supone una propuesta cerrada en el sentido de fijar un determinado diagrama tensión deformación para el hormigón. El método permite incorporar cualquier otro tipo de diagrama que se fije en la normativa futura y que pueda reproducir, de forma simultánea, las condiciones resistentes y de deformabilidad de la estructura.

- Los dos procedimientos de mejora de la convergencia del proceso iterativo. El primero, en el que se mayoran las deformaciones, es de una gran eficacia cuando no existen incrementos localizados de curvatura y es un auxiliar muy eficaz para detectar la inestabilidad del sistema. El segundo, en el que se introduce una corrección localizada en las zonas de "rótulas plásticas", permite resolver los casos en los que el procedimiento anterior no es eficaz.

- La introducción de las dos no linealidades, que aunque no representa ninguna novedad, se plantean con toda generalidad. No se presupone la forma de la deformada de las barras comprimidas y se tiene en cuenta ésta en los efectos de segundo orden, con lo que el método permite detectar tanto el pandeo traslacional de una planta como el pandeo local de uno de sus soportes. En lo que se refiere al comportamiento no lineal del material, éste se introduce en todas las secciones de la estructura, a partir de las leyes constitutivas de los materiales, no concentrándose su efecto exclusivamente en las secciones críticas.

El método desarrollado ha sido contrastado, a través del cálculo de varios ejemplos, con los métodos propuestos por el CEB (2), Grelat (5), Mari (7), Carol (1), (figs. 3 y 4), Díaz y Roesset (3). Se han obtenido resultados similares, destacándose el hecho de que el método desarrollado requiere un nivel de discretización de la estructura y un tiempo

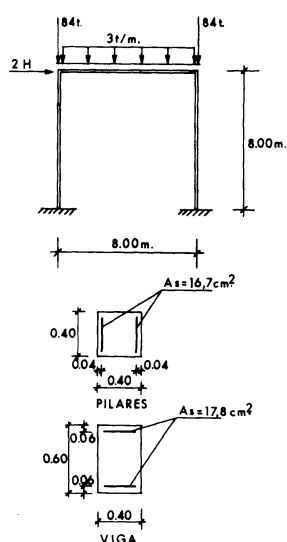


Fig. 3.—Pórtico de un vano y una planta (CEB, GRELAT, MARI, CAROL)

de cálculo inferiores al de gran parte de los métodos "exactos" encontrados en la bibliografía revisada.

Mediante este método se han calculado pórticos esbeltos, con lo que se ha comprobado su capacidad para abordar el estudio de este tipo de estructuras con un elevado número de barras. Estos cálculos también han puesto de manifiesto que no basta con tener en cuenta los efectos de segundo orden en el armado de los soportes, como se deduce de la actual norma española EH-82, sino que es preciso considerarlo igualmente en el armado de las vigas de los pórticos.

AGRADECIMIENTO

El autor y el director de la tesis desean expresar su agradecimiento a Alberto Azcón González de Aguilar, doctor Ingeniero de Caminos de Intecsa, por su valiosísima colaboración en el desarrollo de esta tesis.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) CAROL, I.; MURCIA, J. (1984): Transfer moments method for nonlinear analysis of frames. Application to reinforced concrete structures. Proc. Int. Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures. Split. Vol. 2. Pineridge Press, Swansea, U.K.
- (2) C.E.B. (1977): CEB design manual on buckling. *Bulletin d'information*. 123. Comité Euro-International du Béton.

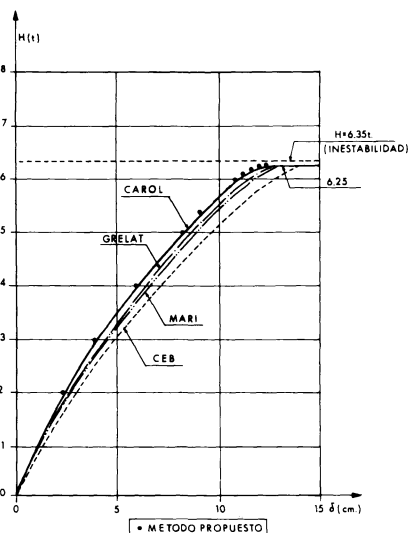


Fig. 4.—Curvas carga-flechas obtenidas por diferentes autores, en el pórtico de la figura anterior.

- (3) DIAZ, M. A.; ROESSET, J. M. (1987): Evaluation of approximate slenderness procedures for nonlinear analysis of concrete frames. *ACI Structural Journal*. March-April.
- (4) GERLEIN, M. A.; BEAUFIT, F. W. (1979): Non linear analysis of reinforced concrete frames. Nonlinear Design of Concrete Structures. CSCE-ASCE-ACI-CEB International Symposium. University of Waterloo, Ontario, Canada.
- (5) GRELAT, A. (1978): Comportement non linéaire et stabilité des ossatures en béton armé. *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*. 366.
- (6) GUTIERREZ, J. P.; RECUERO, A. (1986): Propuesta de un método para el cálculo de pórticos traslacionales de hormigón armado. *Hormigón y acero*. 161.
- (7) MARI, A.; MURCIA, J. (1982): Análisis en segundo orden de estructuras de hormigón armado. *Hormigón y acero*. 145.
- (8) POSTON, R. W. (1986): Nonlinear analysis of concrete bridge piers. *Journal of Structural Engineering*. 9. ASCE.
- (9) RODRIGUEZ, J. (1988): Un método de condensación de grados de libertad para el estudio del comportamiento no lineal de pórticos de hormigón armado. Tesis Doctoral. Escuela de Ingenieros de Caminos. Madrid.
- (10) SCORDELIS, A. C. (1984): Computer models for nonlinear analysis of reinforced and prestressed concrete structures. *PCI Journal*. November-December.

* * *