

PROGRAMA PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS DE HORMIGÓN ARMADO CON UN ORDENADOR DE BOLSILLO

(PROGRAM FOR THE DESIGN OF SLENDER REINFORCED CONCRETE COLUMNS ON A POCKET COMPUTER)

Francisco Morán Cabré, Dr. Ingeniero de Caminos. IETcc/CSIC
Olga Río Suárez, Ingeniero de Caminos. IETcc/CSIC

403-9

RESUMEN

Se presenta un programa para el dimensionamiento de las armaduras longitudinales de soportes esbeltos de hormigón armado de sección rectangular sometidos a flexocompresión recta. El programa calcula la armadura estrictamente necesaria, dada la distribución de la misma en la sección del soporte. El cálculo se realiza en teoría de segundo orden por el Método de las Curvaturas de Referencia, de acuerdo con la Instrucción Española y con el Código Modelo del CEB. El programa está preparado para el microordenador personal de bolsillo HP-75/71. Se incluye un listado en lenguaje BASIC y ejemplos numéricos.

SUMMARY

A program for the design of the longitudinal reinforcement of slender reinforced concrete columns is presented. The column is supposed of rectangular cross-section and submitted to bending and compression (M, N). The program obtains the minimum amount of longitudinal reinforcement, given the reinforcement arrangement. Second order theory is applied in accordance with Spanish Regulations and the CEB Model Code. The Reference Curvatures Method is adopted. The program has been written for the personal pocket microcomputer HP-75/71. The BASIC listing and numerical examples are included.

1. Introducción. Objeto del programa

A continuación se describe un programa para el dimensionamiento de la armadura longitudinal de soportes esbeltos de hormigón armado de sección rectangular sometidos a flexocompresión recta (M, N).

El programa, llamado DMNP, está escrito en lenguaje BASIC para el ordenador de bolsillo HP-75/71. Ocupa unos 3 k octetos de memoria y puede adaptarse con facilidad a cualquier otro ordenador personal. Forma parte de un conjunto de programas para el cálculo de estructuras de hormigón armado (*).

Las bases de cálculo son las contenidas en los artículos 36, «Principios generales de cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales», y 43, «Pandeo» de la Instrucción Española de Hormigón EH-82 (1), que coinciden con las del Código Modelo CM-78 del CEB. En lo que

respecta a las cuantías mínimas, se respeta la limitación de la Tabla 38.3 de la EH-82 para soportes armados con aceros de las calidades AEH-400, AEH-500 ó AEH-600, esto es, una cuantía geométrica mínima de la armadura longitudinal del cuatro por mil.

Se supone que tanto la sección como las armaduras longitudinales son constantes a lo largo del soporte. Se supone también que el soporte es aislado, biarticulado, y que el momento de primer orden M es constante a lo largo del mismo. Para soportes que formen parte de pórticos o que no estén biarticulados será preciso obtener previamente la longitud de pandeo l_0 , o longitud del soporte aislado biarticulado equivalente; para soportes con momentos de primer orden variables a lo largo de los mismos podrá adoptarse un momento de primer orden equivalente M_0 . Para ello pueden aplicarse los apartados 43.1.2 (comentario) y 43.5.2-b de la EH-82, respectivamente.

El dimensionamiento se obtiene en forma de la cantidad de armadura estrictamente necesaria para resistir la sollicitación actuante, eligiéndose como datos una determinada disposición de armado y un recubrimiento determinado.

(*) En publicaciones recientes se han descrito tres programas más del conjunto: el DMNE, para dimensionamiento de secciones rectangulares en flexocompresión recta (4); el CM2R, para la comprobación de secciones rectangulares en flexocompresión esviada (5), y el DM2G, para el dimensionamiento de secciones poligonales en flexocompresión esviada (6).

2. Estructura y funcionamiento del programa. Datos y resultados

La estructura y el funcionamiento del programa son comunes a todos los programas del conjunto aludido en la introducción. En la preparación de dichos programas se han tenido en cuenta las características especiales de los microordenadores a los que van destinados (ordenadores de bolsillo de muy limitada capacidad de memoria y velocidad de cálculo), junto con los imperativos de comodidad de uso y de generalidad de aplicación. Estos condicionantes han conducido a la adopción de los siguientes criterios prioritarios en el diseño de los programas:

- Tamaño mínimo de los programas, para su utilización en máquinas de memoria mínima.
- Rapidez de cálculo máxima compatible con la precisión deseada en cada caso, para adaptarse a máquinas de limitada velocidad aritmética, lo que requiere el uso de algoritmos eficientes.
- Entrada de datos cómoda e interactiva desde teclado, dando en cada caso el número de datos mínimo imprescindible para el problema concreto a resolver.
- Posibilidad de efectuar recálculos con el mínimo esfuerzo, bien sea de una misma pieza o de distintas piezas en las que cambien sólo algunos datos, como sucede en la práctica del cálculo de estructuras de hormigón.
- Planteamiento de la máxima generalidad, en relación con los problemas que se presentan más frecuentemente en la práctica del proyecto o de la comprobación de estructuras de hormigón.
- Salida de resultados por pantalla, a ser posible de una sola línea, para prescindir de la necesidad del uso de una impresora, cuyo precio es del mismo orden de magnitud que el del microordenador.

Estos criterios han aconsejado preparar un conjunto de programas en lugar de uno solo que valga para todos los casos; de esta forma se consigue una mejor adaptación a las características concretas de cada problema. Por otra parte, estos criterios han conducido a una determinada estructura del programa, semejante a la de los otros programas del conjunto, que se describe a continuación.

El organigrama de DMNP puede verse en la figura 1. A continuación se describe su funcionamiento, detallando cuáles son y cómo

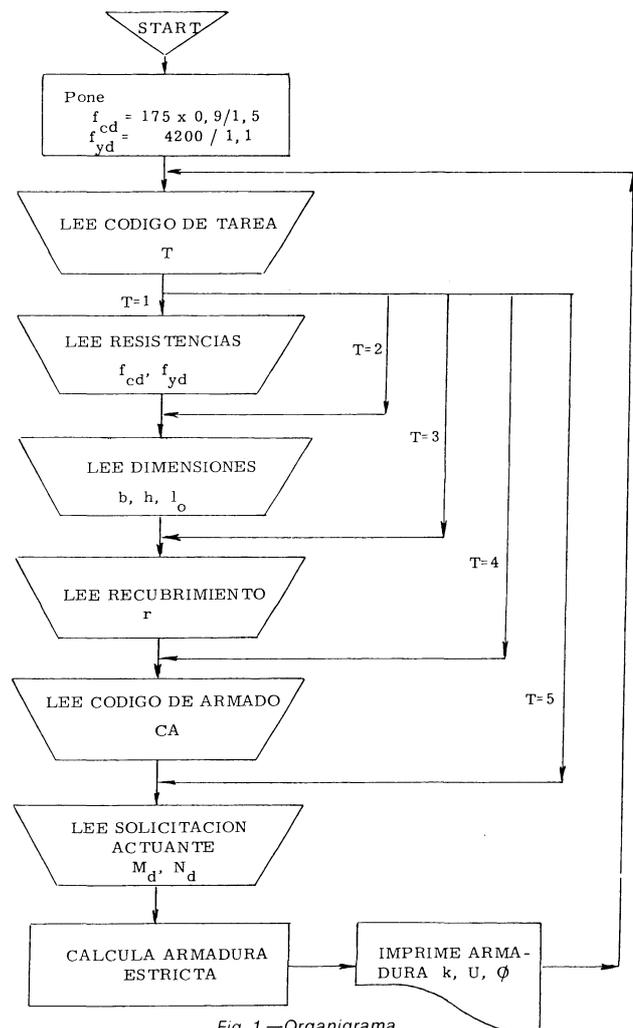


Fig. 1.—Organigrama.

deben darse los datos, y cuáles son y cómo se imprimen los resultados.

Al comienzo, el programa pide y lee el código de tarea T . Si se introduce $T = 1$ el programa pide y lee, a continuación, los valores de las resistencias de cálculo del hormigón y del acero f_{cd} y f_{yd} , en kp/cm^2 . En caso de que se introduzca $T = 2$ el programa no lee estos datos, manteniendo las resistencias usadas anteriormente. Si se arranca el programa con $T = 2$, se adoptan los siguientes valores, considerados como frecuentes en el momento de escribirse el programa:

$$f_{cd} = 175 \times 0,9/1,5 = 105 \text{ kp/cm}^2;$$

$$f_{yd} = 4.200/1,1 = 3.818 \text{ kp/cm}^2.$$

Naturalmente, si el usuario utiliza otros valores de las resistencias de cálculo con mayor frecuencia, bastará con que los introduzca, en el lugar adecuado del listado BASIC (ver apartado 6), sustituyendo a los anteriores.

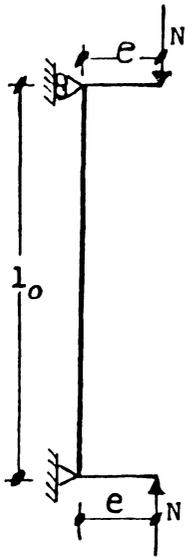
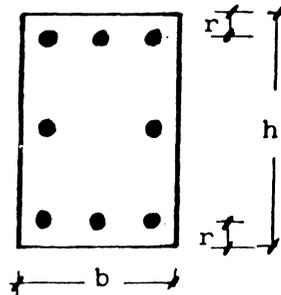


Fig. 2.—Definición del soporte.



A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 2$, el programa pide y lee las dimensiones de la sección b y h y la longitud de pandeo del soporte l_0 (ver figura 2), en cm. Es importante tener en cuenta que la dimensión h , o canto del soporte, corresponde a la dirección de la flexión M que solicita al mismo, y al plano en que se supone que se produce el pandeo. En soportes que pueden pandear en las dos direcciones y en los que $b < h$ puede ser necesario efectuar un dimensionamiento independiente en dirección b tomando $M = 0$. Para ello deberán cambiarse entre sí las dimensiones b y h (ver ejemplo en el apartado 7).

En cuanto a la longitud l_0 , es la longitud del soporte biarticulado equivalente, igual al producto de la longitud l del soporte por el factor de longitud de pandeo α , que se obtiene teniendo en cuenta las condiciones de vinculación en los extremos del soporte si es aislado, y la relación de rigideces en dichos extremos si forma parte de un pórtico (apartado 43.1.2, comentario, de la EH-82).

A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 3$, el programa pide y lee el recubrimiento mecánico r en centímetros, distancia del centro de gravedad de la armadura al paramento de la sección. Como dicho recubrimiento, que es igual al recubrimiento libre c más el diámetro del cerco \varnothing_t más el semidiámetro de la barra longitudinal \varnothing : $r = c + \varnothing_t + 1/2 \varnothing$, no suele ser conocido a priori, es frecuente introducir un valor estimativo y luego corregirlo, en especial si al substituir el diámetro teórico de la barra longitudinal por el de la serie normalizada el margen de seguridad obtenido así lo aconseja.

A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 4$, el programa pide y lee el código de armado CA, que indica cuál es la disposición de armado

elegida por el proyectista entre las posibles, algunas de las cuales se indican, a título de ejemplo, en la figura 3. El primer dígito del código de armado indica el número de barras de las armaduras frontales, y debe ser un entero comprendido entre 1 y 9, ambos inclusive. El segundo dígito indica el número de barras de las armaduras laterales o de capas de armaduras, y debe ser un entero comprendido entre 2 y 9. Mediante el código de armado especial CA = 12 se indica que las armaduras frontales tienen una sola barra. En este caso, el resultado será la cuantía mecánica U en toneladas de dichas armaduras frontales, y el diámetro \varnothing que tendrían en el caso hipotético de que se armara con una sola barra. Si CA = 12 el valor de \varnothing no se utilizará, mientras que el valor de U servirá para entrar en una tabla de capacidades mecánicas correspondiente al acero utilizado y encontrar la combinación más conveniente n, \varnothing de número de barras y diámetro de las mismas para las armaduras frontales.

A continuación, o siempre que se haya introducido $T = 5$, el programa pide y lee la sollicitación de cálculo actuante M_d, N_d en metros/toneladas y en toneladas, respectivamente. Como se ha indicado, estos valores deben estar mayorados, y el momento M_d debe ser el de primer orden. Los esfuerzos M_d y N_d deben ser ambos positivos (si M_d fuera negativo podría cambiársele de signo, teniendo en cuenta la simetría de la sección).

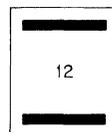
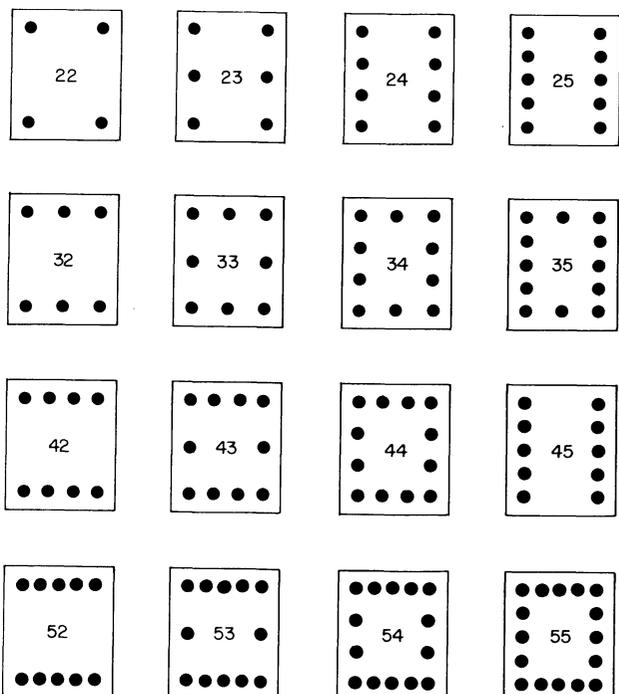


Fig. 3.—Ejemplos de Códigos de Armado CA.



Con todos estos datos el programa está ya en condiciones de calcular las armaduras estrictamente necesarias para resistir la sollicitación actuante, teniendo en cuenta los efectos de segundo orden, lo que se hace como se indica en el apartado siguiente. Al cabo de un tiempo de cálculo variable, y que puede estimarse en unos 25 segundos en el ordenador HP-75 y en unos 50 en el HP-71, aparecen en pantalla los valores de k , U y \emptyset . El dígito k indica cuál es el criterio que condiciona el dimensionamiento del soporte, de acuerdo con el siguiente convenio:

- $k = 1$ si la armadura viene condicionada por el criterio de cuantía geométrica mínima del 4 por 1.000 (apartado 38.3 y tabla 38.3 de la Instrucción EH-82);
- $k = 2$ si la armadura es aquella para la cual el soporte, bajo la sollicitación de cálculo, alcanza un estado límite último de inestabilidad, es decir, un estado de equilibrio inestable sin que en ninguna sección del soporte se alcance el agotamiento;
- $k = 3$ si la armadura es aquella para la cual el soporte, bajo la sollicitación de cálculo, alcanza un estado límite último de agotamiento, es decir, un estado de equilibrio estable pero en el que la sección crítica, bajo los efectos calculados en teoría de segundo orden, alcanza su agotamiento resistente.

El valor de U es la capacidad mecánica teórica estricta de cada barra de la armadura, en toneladas. El valor de \emptyset es el diámetro teórico correspondiente, en milímetros.

Una vez facilitados estos resultados, el programa vuelve atrás automáticamente, pidiendo un nuevo código de tarea T .

En caso de existir varias hipótesis de cálculo o, más precisamente, varias sollicitaciones actuantes sobre la misma sección, bastará con dar $T = 5$ e introducir la siguiente sollicitación M_d , N_d , obteniéndose la capacidad mecánica y el diámetro teórico necesarios para cada barra, y así sucesivamente. La sección deberá armarse para la mayor de las capacidades y diámetros obtenidos, que corresponderán a la hipótesis más desfavorable.

Si la capacidad o el diámetro resultantes aconsejan cambiar la disposición de armado elegida, ello podrá hacerse sin más que introducir $T = 4$, tecleando a continuación el código de armado CA de la nueva disposición y la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_d , N_d .

Si se desea modificar el recubrimiento r a la vista del diámetro normalizado resultante, bastará para ello con dar $T = 3$, introduciendo a continuación el nuevo recubrimiento r , y luego el código de armado CA y la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_d , N_d .

Si se desea pasar a otro elemento con distinta sección o con distinta longitud de pandeo, bastará con dar $T = 2$, introduciendo sucesivamente las dimensiones b , h , l_0 , el recubrimiento r , el código de armado CA , y la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_d , N_d .

Por último, si se desea cambiar la resistencia de cálculo del hormigón o del acero se dará $T = 1$, introduciendo luego las nuevas resistencias f_{cd} , f_{yd} ; a continuación las dimensiones del soporte b , h , l_0 ; el recubrimiento r ; el código de armado CA , y la sollicitación o sollicitaciones actuantes M_d , N_d . El programa mantendrá las nuevas resistencias para el futuro —incluso aunque se le apague— hasta que sea arrancado de nuevo con **[RUN]**, en cuyo momento volverá a las habituales (si se le da $T = 2$) o a otras nuevas (si se le da $T = 1$).

El programa prosigue estos ciclos de forma indefinida. Si se desea interrumpirlo basta con pulsar la tecla **[ATTN]** cuando el programa está en espera de datos (por ejemplo, cuando pide un nuevo código de tarea T).

Si se ha cometido un error, o bien para hacer continuar el programa interrumpido mediante la tecla **[ATTN]** o al volver a encender el ordenador, basta con pulsar las teclas **[C][O][N][T][4][0][END]** con lo cual el programa vuelve a pedir un nuevo código de tarea T , y prosigue su ejecución.

Como es obvio, al arrancar el programa con **[RUN]** hay que dar un código de tarea $T = 1$ ó $T = 2$, pues si no el ordenador no dispondrá de todos los datos necesarios para el cálculo.

3. Método de resolución

Entre los métodos aproximados existentes para el cálculo de soportes esbeltos se ha elegido el Método de las Curvaturas de Referencia, MCR, debido a Hugo Corres (2). Se trata de un método originalmente ideado para su aplicación gráfica (para lo que es preciso disponer previamente de colecciones de nomogramas) o mediante fórmulas aproximadas (válidas para casos particulares de distribución de armaduras, recubrimiento, límite elástico, etc.). Su aplicación numérica, desarrollada en este programa, tiene las siguientes ventajas:

- Tiempos de cálculo, para el dimensionamiento, sustancialmente más breves (un orden de magnitud) que los de otros métodos

aproximados comparables, como el Método de la Columna Modelo, MCM, o el Método de la Deformada Senoidal, MDS.

- Errores muy pequeños y que tienden a quedar del lado de la seguridad. Referidos a axiles resistidos con una excentricidad constante, los errores medios son menores del 1 %, con desviaciones típicas del orden del 1,5 % (2). Los mayores errores se producen para pequeñas excentricidades y esbelteces elevadas.
- Facilidad de considerar el caso general en cuanto a distribución de armaduras, recubrimiento, límite elástico, etcétera.
- Posibilidad de distinguir claramente entre los dos estados límites últimos posibles en un soporte esbelto calculado en teoría de segundo orden: el de inestabilidad y el de agotamiento (ver apartado anterior).

Como es sabido, en el MCM, adoptado por el CEB (3), el comportamiento no lineal de la sección (no linealidad mecánica o del material) queda caracterizado por las llamadas directrices mecánicas (fig. 4), que son, en unos ejes excentricidades-curvaturas, los diagramas momento-curvatura, mientras que el comportamiento no lineal del soporte (no linealidad geométrica o estructural) queda caracterizado por la llamada directriz geométrica, que es una recta cuya ordenada en el origen es la excentricidad de primer orden η_0 y cuya

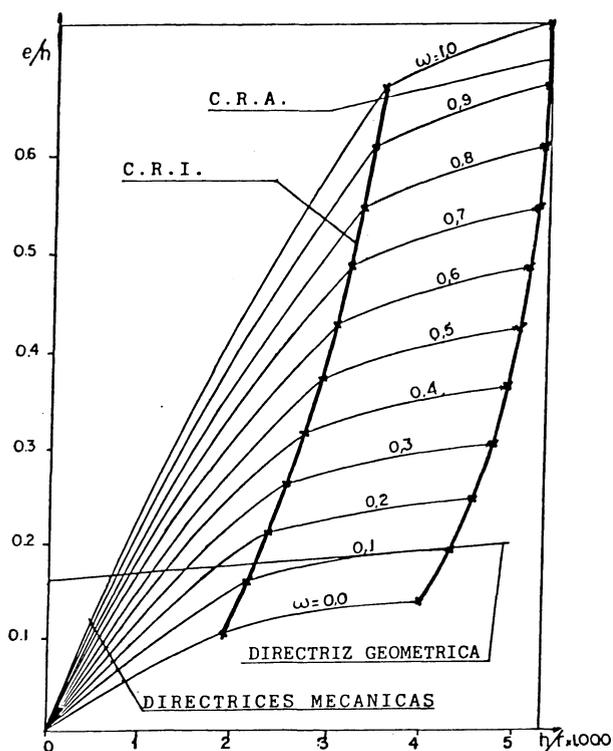


Fig. 4.—Método Columna Modelo y Método Curvaturas de Referencia.

pendiente es proporcional al cuadrado de la esbelteza, λ^2 . Dado el axil reducido ν es posible construir una familia de directrices mecánicas para distintos valores de la cuantía mecánica de la armadura ω , y conociendo η_0 y λ se construye la directriz geométrica. El dimensionamiento estricto del soporte se consigue determinando la cuantía ω de la directriz mecánica tangente a la directriz geométrica (caso de inestabilidad), o bien, para excentricidades altas y esbelteces bajas, la de la directriz mecánica que es cortada por la directriz geométrica en su punto final (caso de agotamiento).

Pues bien, el MCR es una simplificación del MCM consistente en suponer que el punto de tangencia de las directrices mecánicas es precisamente el punto anguloso de las mismas (ver fig. 4), lo que es cierto en muchas ocasiones, y cuando no lo es conduce a dimensionamientos del lado de la seguridad. En vez de ser necesaria la obtención de toda la familia de directrices mecánicas, basta con obtener dos curvas graduadas en ω : la curva de curvaturas de referencia de inestabilidad (CRI), que contiene todos los puntos angulosos, y la curva de curvaturas de referencia de agotamiento (CRA), que contiene todos los puntos finales. El dimensionamiento del soporte se consigue encontrando la intersección de dichas curvas con la directriz geométrica, y leyendo los valores de ω correspondientes. El menor de estos dos valores de ω es la cuantía estricta necesaria para el soporte.

4. Formulación

- a) El programa calcula, ante todo, la cuantía mecánica mínima de acuerdo con el apartado 38.3 de la Instrucción EH-82 (1):

$$\omega_m = \rho_m \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 0,004 \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

- b) A continuación el programa calcula la cuantía mecánica de inestabilidad, ω_i , que es la cuantía del punto de intersección de la curva CRI y de la directriz geométrica, según se ha visto en el apartado 3 (ver fig. 5).

Para ello sigue el método iterativo de la cuerda o de la regla falsi. Parte de los siguientes valores iniciales:

$$\omega_1 = 1;$$

$$\omega_2 = \nu - 0,8 \leq 0,2.$$

Entrando en la subrutina CRI (ver apartado siguiente) obtiene las coordenadas curvatura-excentricidad de los puntos 1 y 2 (fig. 5).

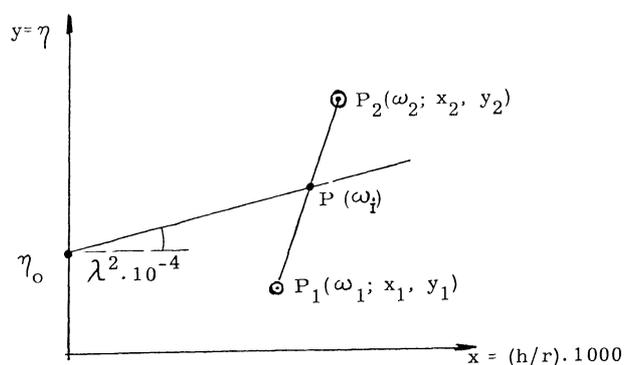


Fig. 5.—Subrutina CRI.

La cuantía del punto de intersección P buscado puede aproximarse mediante una interpolación lineal:

$$\omega = \omega_1 + \Delta\omega,$$

siendo: $\Delta\omega = (\eta_0 + cx_1 - y_1) / (b - ac)$;

$$a = (x_2 - x_1) / (\omega_2 - \omega_1);$$

$$b = (y_2 - y_1) / (\omega_2 - \omega_1);$$

$$c = \lambda^2 \cdot 10^{-4}.$$

Se calcula la función error $\Delta'\omega = \omega_2 - \omega_1 - \Delta\omega$. Si resultara $|\Delta'\omega| \leq 0,001$ se da el proceso por terminado, pasando al punto siguiente c. En caso contrario, se hace:

$$\omega_1 \leftarrow \omega_2;$$

$$(x_1, y_1) \leftarrow (x_2, y_2);$$

$$\omega_2 \leftarrow \omega_2 - \Delta'\omega,$$

y se prosigue el proceso.

- c) De igual forma se opera para el cálculo de la cuantía mecánica de agotamiento, ω_a , que es la cuantía del punto de intersección de la directriz geométrica con la curva CRA, entrando para ello en la subrutina CRA que calcula las coordenadas curvatura-excentricidad de un punto de dicha curva dado por su cuantía ω y por su axil reducido ν .

- d) La cuantía final de dimensionamiento es:

$$\omega = \max [\omega_m, \min (\omega_i, \omega_a)]$$

5. Subrutinas auxiliares

A continuación se describen sucintamente las subrutinas del programa.

5.1. Subrutina CRI

Esta subrutina proporciona los valores de la curvatura h/r y de la excentricidad relativa $\eta = e/h$ de un punto de la curva CRI, a partir de los valores del axil reducido $\nu = N_d / (f_{cd} \cdot b \cdot h)$ y de la cuantía mecánica total $\omega = A_{tot} \cdot f_{yd} / (f_{cd} \cdot b \cdot h)$.

Los puntos de CRI son aquellos en que la pendiente del diagrama momento-curvatura (directrices mecánicas) tiene un cambio brusco (puntos angulosos). Una observación de las directrices mecánicas (2) muestra que esos puntos se producen para posiciones del plano de deformaciones en las que una de las armaduras principales alcanza la deformación del límite elástico, $\epsilon_y = f_{yd} / E_s$. Para axiles bajos ($\nu \leq 0,3$), cuando la armadura inferior alcanza el límite elástico en tracción, $\epsilon_s = -\epsilon_y$. Para axiles medios y altos ($\nu > 0,3$), cuando la armadura superior alcanza el límite elástico en compresión, $\epsilon_s = \epsilon_y$.

Consecuentemente con lo anterior, la subrutina hace lo siguiente:

- a) Si $\nu \leq 0,3$, explora las posiciones del plano de deformaciones con el pivote 2 indicado en la figura 6, hasta encontrar una para la cual el axil interno sea igual al axil externo dato ν . Esto se hace por el método de la cuerda o de la regla falsi, partiendo de los valores iniciales:

$$x_1 = \epsilon_{c1} = 0,001;$$

$$x_2 = \epsilon_{c2} = 0,002.$$

Para cada valor de ϵ_c , conocidas las deformaciones en la fibra superior del hormigón y en la armadura inferior, ϵ_c y ϵ_s , se llama a la subrutina REVAC, que calcula el axil interno ν_i y el momento interno μ_i , y se calcula el error, dado por la función error $y = \nu_i - \nu$.

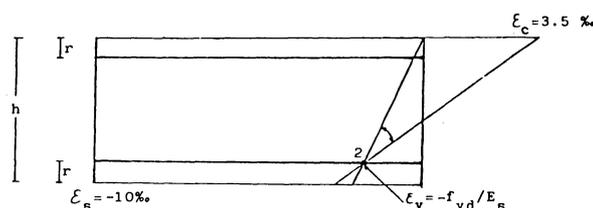
- b) Si se tiene $|y_2| \leq 0,0001$, se da el proceso por terminado. Los valores de la curvatura y de la excentricidad buscados son:

$$h/r = (\epsilon_c - \epsilon_s) / \delta;$$

$$\eta = \mu_i / \nu_i,$$

siendo: $\delta = d/h$ el canto útil relativo;

μ_i, ν_i el momento y axil reducidos internos, resistidos por la sección.

Fig. 6.—Subrutina CRI. Posiciones del plano de deformaciones para $\nu \leq 0,3$.

- c) En caso contrario, a partir de los errores y_1, y_2 correspondientes a x_1, x_2 se calcula un nuevo valor de $x = \varepsilon_c$:

$$x = x_2 - \Delta x \quad \text{con} \quad \Delta x = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} y_2$$

- d) Se hace:

$$\begin{aligned} x_1 &\leftarrow x_2; \\ y_1 &\leftarrow y_2; \\ x_2 &\leftarrow x_2 - \Delta x, \end{aligned}$$

y se prosigue el proceso.

- e) En caso de que sea $\nu > 0,3$, se comprueba que el axil ν es menor del que podría resistirse en compresión simple con $\varepsilon_c = \varepsilon_s = \varepsilon_y$. Si no es así, se imprime el mensaje «AXIL EXCESIVO», y se detiene el proceso.
- f) Si el axil no es excesivo, se exploran las posiciones del plano de deformaciones con el pivote 1 indicado en la figura 7, hasta encontrar una para la que el axil interno sea igual al axil externo dato ν .

Esto se hace como en los apartados a) a d) anteriores, pero variando ε_s (deformación en la armadura inferior). Se toman como valores iniciales:

$$\begin{aligned} x_1 &= \varepsilon_{s1} = -\varepsilon_y; \\ x_2 &= \varepsilon_{s2} = \varepsilon_y. \end{aligned}$$

Para cada valor de ε_s se calcula la deformación en la fibra superior del hormigón ε_c mediante la condición del pivote 1:

$$\varepsilon_c = (\delta \cdot \varepsilon_y - \delta' \cdot \varepsilon_s) / (\delta - \delta'),$$

siendo:

$$\begin{aligned} \delta &= d/h \text{ el canto útil relativo;} \\ \delta' &= 1 - \delta \text{ el recubrimiento relativo.} \end{aligned}$$

Conocidos ε_c y ε_s se entra en la subrutina REVAC y se prosigue el proceso hasta ajustar el axil.

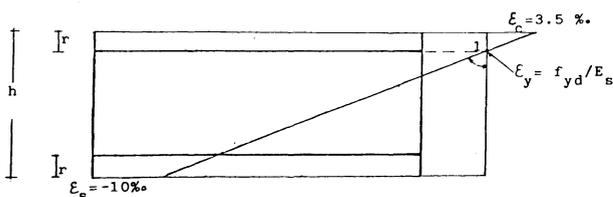


Fig. 7.—Subrutina CRI. Posiciones del plano de deformaciones para $\nu > 0,3$.

5.2. Subrutina CRA

Esta subrutina, análoga a la CRI, proporciona los valores de la curvatura h/r y de la excentricidad relativa $\eta = e/h$ de un punto de la curva CRA, a partir de los valores del axil reducido ν y de la cuantía mecánica ω .

Los puntos de CRA son los puntos finales del diagrama momento-curvatura (directrices mecánicas), para los que la sección del soporte alcanza su agotamiento. Corresponden, por consiguiente, a posiciones del plano de deformaciones pertenecientes al diagrama de los pivotes de la figura 8 (Instrucción EH-82, apartado 36.2).

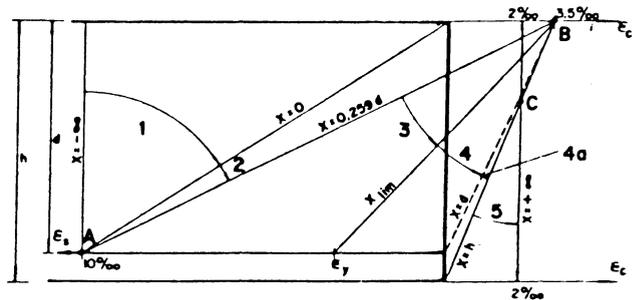


Fig. 8.—Subrutina CRA. Posiciones del plano de deformaciones (diagrama de pivotes).

La subrutina toma como parámetro la profundidad del eje neutro de deformaciones $\xi = x/h$. Dado un valor de ξ , la subrutina auxiliar DEFOR le proporciona los valores de la deformación en la fibra superior del hormigón, ε_c , y en la armadura inferior, ε_s , de acuerdo con el diagrama de los pivotes. Posteriormente, la subrutina REVAC calcula el axil y el momento internos resistidos, ν_i, μ_i , que corresponderán a una situación de agotamiento.

El proceso seguido es el siguiente:

- a) Se toman como valores iniciales para los tanteos los siguientes:

$$\xi_1 = 0,5; \quad \xi_2 = 0,8$$

- b) Para cada uno de estos valores se calculan las deformaciones $\varepsilon_c, \varepsilon_s$ (subrutina DEFOR) y los esfuerzos ν_i, μ_i (subrutina REVAC), y se evalúa la función de error $y = \nu_i - \nu$.

- c) Si fuera $|y_2| \leq 0,0001$ se daría el proceso por terminado. Los valores de la curvatura y de la excentricidad buscados serían:

$$h/r = (\varepsilon_c - \varepsilon_s) / \delta$$

$$\eta = \mu_i / \nu_i$$

(ver notaciones en el apartado 5.1).

- d) En caso contrario, a partir de los errores y_1, y_2 correspondientes a ξ_1, ξ_2 se calcula por el método de la cuerda un nuevo valor de ξ :

$$\xi = \xi_2 - \Delta\xi \text{ con } \Delta\xi = (\xi_2 - \xi_1) \cdot y_2 / (y_2 - y_1)$$

- e) Se hace:

$$\xi_1 \leftarrow \xi_2;$$

$$y_1 \leftarrow y_2;$$

$$\xi_2 \leftarrow \xi_2 - \Delta\xi,$$

y se prosigue el proceso hasta ajustar el axil.

5.3. Subrutina DEFOR

Esta subrutina, auxiliar de la CRA, calcula los valores de las deformaciones en la fibra superior del hormigón, ε_c , y en la armadura inferior, ε_s , correspondientes a una situación de agotamiento (diagrama de los pivotes de la fig. 8), en función de la profundidad relativa del eje neutro $\xi = x/h$. Las expresiones empleadas son las siguientes:

Dominio 2 (flexión compuesta): $0 \leq \xi < 0,259 \cdot \delta$:

$$\varepsilon_c = 0,01 \cdot \xi / (\delta - \xi);$$

$$\varepsilon_s = -0,01.$$

Dominios 3 y 4 (flexión compuesta): $0,259 \delta \leq \xi < 1$:

$$\varepsilon_c = 0,0035;$$

$$\varepsilon_s = 0,0035 (\xi - \delta) / \xi.$$

Dominio 5 (compresión compuesta): $1 \leq \xi < 2$:

(En el dominio 5 la definición del parámetro ξ ya no es $\xi = x/h$, pues ello daría valores muy grandes de ξ en las proximidades de la compresión simple. El parámetro ξ se hace variar entre 1 y 2 linealmente con ε_c).

$$\varepsilon_c = 0,0050 - 0,0015 \xi;$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_r + (\xi - 1) (0,0020 - \varepsilon_r),$$

siendo: $\varepsilon_r = 0,0035 (1 - \delta)$ la deformación en la armadura inferior para $\xi = 1$.

5.4. Subrutina REVAC

Esta subrutina, que es llamada por la CRI y por la CRA, calcula los valores de los esfuerzos internos ν_i, μ_i a partir de las deformaciones en la fibra superior del hormigón ε_c y en la armadura inferior ε_s . El proceso seguido es el que se indica a continuación:

- a) Primeramente la subrutina comprueba que las deformaciones ε_c y ε_s datos no constituyen una situación correspondiente a un estado posterior al agotamiento, o sea, que no se rebasa ninguno de los tres pivotes del diagrama de la figura 8:

$$\text{Pivote A: } \varepsilon_s \geq -0,01;$$

$$\text{Pivote B: } \varepsilon_c \leq 0,0035;$$

$$\text{Pivote C: } [3/7 \cdot \varepsilon_s + (4/7 - \delta') \varepsilon_c] / \delta \leq 0,002.$$

También se comprueba que la curvatura es positiva:

$$\varepsilon_c \geq \varepsilon_s$$

En caso de que una cualquiera de estas cuatro condiciones no se cumpliera, el programa se detiene, apareciendo en pantalla el mensaje «ERROR EN SUBR. REVAC».

- b) A continuación se obtiene la profundidad del eje neutro ξ :

$$\xi = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - \varepsilon_s} \cdot \delta$$

- c) Luego se calculan la resultante de las tensiones del hormigón ν_c y el momento resultante μ_{co} con respecto al eje neutro, para lo cual se distinguen dos casos:

- c1) Caso $\xi \leq 1$ (flexión compuesta):

$$\nu_c = \int_0^\xi \sigma_c(\varepsilon_y) dy;$$

$$\mu_{co} = \int_0^\xi \sigma_c(\varepsilon_y) y dy,$$

siendo $\varepsilon_y = \varepsilon_c \cdot y/\xi$ la deformación a la distancia y del eje neutro.

- c2) Caso $\xi > 1$ (Compresión compuesta):

$$\nu_c = \int_0^\xi \sigma_c(\varepsilon_y) dy - \int_0^{\xi-1} \sigma_c(\varepsilon_y) dy;$$

$$\mu_{co} = \int_0^\xi \sigma_c(\varepsilon_y) y dy - \int_0^{\xi-1} \sigma_c(\varepsilon_y) y dy.$$

Estas integrales se calculan mediante llamadas a la subrutina auxiliar ESREV (apartado 5.5). En el caso c1 se efectúa una única llamada. En el caso c2 se efectúan dos llamadas, la primera con el argumento ξ y la segunda con el argumento $\xi - 1$.

- d) Se calcula el momento resultante del hormigón respecto al centro de la sección:

$$y_g = \mu_{co} / v_c;$$

$$\mu_c = v_c (y_g - \xi + 0,5),$$

siendo y_g la distancia de la resultante del bloque de compresiones del hormigón al eje neutro.

- f) A continuación se calculan los esfuerzos resistidos por las armaduras:

$$v_s = \sum_{i=1}^{n_2} A_i \cdot \sigma_{si}(\epsilon_u);$$

$$\mu_s = \sum_{i=1}^{n_2} A_i \cdot \sigma_{si}(\epsilon_u) \cdot u,$$

siendo:

n_2 = número de capas de armadura = segunda cifra del código de armado CA;

A_i = el área relativa de la capa de armadura i:

$A_i = n_1 \cdot \omega / n_{tot}$ para las capas extremas ($i = 1$ e $i = n_2$);

$A_i = 2 \cdot \omega / n_{tot}$ para las restantes capas;

n_1 = número de barras de las capas extremas = primera cifra del código de armado CA;

ω = la cuantía mecánica total de la armadura;

σ_{si} = la tensión relativa de la armadura de la capa i:

$\sigma_{si} = \epsilon_u / \epsilon_y$ con las limitaciones $\sigma_{si} \geq 1$ y $\sigma_{si} \leq -1$;

ϵ_u = la deformación de la armadura i;

$\epsilon_y = f_{yd} / E_s$ la deformación de límite elástico del acero;

u = la ordenada de la capa i de armadura, respecto al centro de la sección;

$n_{tot} = 2(n_1 + n_2 - 2) =$ número total de barras.

- g) Los esfuerzos totales se obtienen sumando las contribuciones del hormigón y de las armaduras:

$$v_i = v_c + v_s;$$

$$\mu_i = \mu_c + \mu_s.$$

5.5. Subrutina ESREV

Esta subrutina, esclava de la REVAC, calcula las integrales que dan la resultante y el momento del bloque de tensiones del hormigón. Para ello distingue dos casos:

- a) Si se verifica $\epsilon_c \leq 0,002$, el bloque de compresiones está todo él en la zona parabólica del diagrama parábola-rectángulo (no se llega a la zona rectangular).

Entonces:

$$\sigma_c(\epsilon_y) = 850 \epsilon_y - 212500 \epsilon_y^2;$$

pero: $\epsilon_y = \epsilon_c \cdot y / \xi,$

de donde: $\sigma_c(\epsilon_y) = A \cdot y + B \cdot y^2,$

siendo: $A = 850 \epsilon_c / \xi;$

$$B = -212500 (\epsilon_c / \xi)^2.$$

De aquí resulta:

$$I_1(\xi) = \int_0^{\xi} \sigma_c dy = A \cdot \xi^2 / 2 + B \cdot \xi^3 / 3;$$

$$I_2(\xi) = \int_0^{\xi} \sigma_c y dy = A \cdot \xi^3 / 3 + B \cdot \xi^4 / 4.$$

- b) Si se verifica $\epsilon_c > 0,002$, entonces hay parte del bloque en zona rectangular. En ese caso se calcula:

$$\xi_R = (0,002 / \epsilon_c) \cdot \xi;$$

$$I_1(\xi) = I_1(\xi_R) + 0,85 (\xi - \xi_R);$$

$$I_2(\xi) = I_2(\xi_R) + 0,85 (\xi - \xi_R) (\xi + \xi_R) / 2.$$

6. Listado en BASIC

Al final del artículo se incluye un listado del programa y de las subrutinas en el lenguaje BASIC del ordenador personal portátil HP-75. Este listado ha sido producido por la impresora portátil HP-82162A, que imprime líneas con un máximo de 24 caracteres; cuando una instrucción no cabe en una línea, la corta en los caracteres núm. 24, 48, etc., y la imprime en varias líneas sucesivas.

El ordenador HP-75 es un modelo más antiguo de la serie del HP-71. El lenguaje BASIC de ambos es perfectamente compatible.

7. Ejemplo

Se trata de dimensionar un soporte esbelto de $b \cdot h = 30 \cdot 40 \text{ cm}^2$ de sección y una longitud de pandeo $l_o = 6,00 \text{ m}$ (véase fig. 2), sometido a las siguientes solicitaciones actuantes:

a) $M_d = 14,9 \text{ mt}$; $N_d = 81,9 \text{ t}$.

b) $M_d = 8,5 \text{ mt}$; $N_d = 105 \text{ t}$.

Se adoptan los siguientes valores de resistencias y coeficientes de seguridad:

$$f_{ck} = 200 \text{ kp/cm}^2;$$

$$\gamma_c = 1,5;$$

$$f_{cd} = 200 \cdot 0,9 / 1,5 = 120 \text{ kp/cm}^2;$$

$$f_{yk} = 4.100 \text{ kp/cm}^2; \gamma_s = 1,1;$$

$$f_{yd} = 4.100 / 1,1 = 3.727 \text{ kp/cm}^2.$$

Suponiendo un recubrimiento $r = 4 \text{ cm}$ y la disposición de armado de la figura 2, los datos y resultados serán los que se pueden apreciar en el cuadro de pie de página, incluyendo el tiempo de cálculo en el ordenador HP-75 (en el HP-71 los tiempos son aproximadamente dobles*).

(*) El programa, con adaptaciones mínimas, ha corrido también en los ordenadores domésticos ZX SPECTRUM (precio actual: unas 20.000 ptas.) y AMSTRAD 464, con idénticos resultados y tiempos de cálculo iguales a los dados multiplicados por los factores 2,0 y 0,4, respectivamente.

Como puede verse, se calcula a pandeo en las dos direcciones por separado. Para calcular en la dirección del ancho b , se intercambian entre sí las dimensiones de la sección b y h y se introduce un momento nulo. El programa toma como momento el correspondiente a la excentricidad mínima $e_o = 2 \text{ cm}$, de acuerdo con los apartados 36.3 y 43.2.3 de la Instrucción EH-82 (1). La hipótesis en la que el esfuerzo axial es más pequeño ($N_d = 81,9 \text{ t}$) no es necesario calcularla en la dirección b , ya que conducirá necesariamente a una menor armadura.

El armado correcto de la sección resulta ser de $8 \text{ } \varnothing 25$ (fig. 2).

8. Referencias

1. Instrucción EH-82 para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. Comisión Permanente del Hormigón. MOPU, 1982.
2. HUGO CORRES y FRANCISCO MORAN: «El método de las curvaturas de referencia». Monografía n.º 370 del Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento. Madrid, Junio 1982.
3. CEB Design Manual on Buckling. The Construction Press. London, 1978.
4. FRANCISCO MORAN: «Programa para el dimensionamiento de secciones rectangulares de hormigón armado en flexocompresión recta con un ordenador portátil». Hormigón y Acero n.º 153, cuarto trimestre de 1984.
5. FRANCISCO MORAN: «Programa para la comprobación de secciones rectangulares de hormigón armado en flexocompresión esviada con un ordenador portátil». Informes de la Construcción 359-360, abril-mayo, 1984.
6. FRANCISCO MORAN: «Programa para el dimensionamiento de secciones poligonales de hormigón armado en flexocompresión esviada con un ordenador portátil». Informes de la Construcción 363, agosto-septiembre, 1984.

Tarea	f_{cd}	f_{yd}	b	h	l_o	r	CA	M_d	N_d	k	U	\varnothing	t(seg)
1	120	3727	30	40	600	4	33	14.9	81.9	3	14.78	22.47	28
5								8.5	105	2	10.62	19.05	22
2			40	30	600	4	33	0	105	2	5.39	13.57	26

LISTADO DEL PROGRAMA Y DE SUS SUBROUTINAS

PROGRAMA DMNP

```

10 REM DMNP: DIMENS. SOP
. PANDEO
20 DIM W(3)
30 F1=1750*.9/1.5 @ F2=4
.2/1.1 @ E5=F2/2100
40 INPUT 'Tarea=';K
50 ON K GOTO 60,80,100,1
10,170
60 INPUT 'fcd,fyd(kp/cm2)=';F1,F2
70 F1=F1*10 @ F2=F2/1000
@ E5=F2/2100
80 INPUT 'b,h,lo(cm)=';B
,H,L
90 B=B/100 @ H=H/100 @ L=L/100
100 INPUT 'Recubr. r(cm)=';C @ C=C/100
110 INPUT 'Cod.Arnado CA=';N2
120 N1=INT(N2/10)
130 N2=N2-10*N1
140 R=C/H @ D=1-R
150 W(1)=40*F2/F1
160 E7=H/20 @ IF E7<.02

```

```

THEN E7=.02
170 INPUT 'Md,Nd(mt,t)=';G2,G1
180 IF G2<E7*G1 THEN G2=E7*G1
190 G3=G2/G1/H
200 G4=.0001*L*L/H/H
210 Z=G1/F1/B/H
220 K1=1 @ K2=Z-.8 @ IF K2<.2 THEN K2=.2
230 W=K1 @ GOSUB 990
240 P1=F @ Q1=G
250 W=K2 @ GOSUB 990
260 P2=F @ Q2=G
270 P=(P2-P1)/(K2-K1) @ Q=(Q2-Q1)/(K2-K1)
280 K3=K2-K1-(G3+G4*P1-Q1)/(Q-P*G4)
290 IF ABS(K3)<=.001 THEN N 320
300 K1=K2 @ P1=P2 @ Q1=Q2
310 K2=K2-K3 @ GOTO 250
320 W(2)=K2-K3

```

```

330 K1=K2 @ P1=P2 @ Q1=Q2 @ K2=K2+.1
340 W=K2 @ GOSUB 1230
350 P2=F @ Q2=G
360 P=(P2-P1)/(K2-K1) @ Q=(Q2-Q1)/(K2-K1)
370 K3=K2-K1-(G3+G4*P1-Q1)/(Q-P*G4)
380 IF ABS(K3)<=.001 THEN N 410
390 K1=K2 @ P1=P2 @ Q1=Q2
400 K2=K2-K3 @ GOTO 340
410 W(3)=K2-K3
420 IF W(1)>W(2) OR W(1)>W(3) THEN I=1 @ GOTO 440
430 IF W(2)<W(3) THEN I=2 ELSE I=3
440 U=W(1)*F1*B*H/(N1+N2-2)/2
450 F4=SQR(400*U/F2/PI)
460 DISP USING '2D,2<5D.2D' ; I,U,F4
470 WAIT 8 @ GOTO 40

```

SUBROUTINA ESREV

```

480 REM SUBR. ESREV
490 IF X=0 THEN RETURN
500 A1=E1/X
510 A2=A1*A1
520 A1=850*A1
530 A2=-212500*A2

```

```

540 Y=X
550 IF E1>.002 THEN Y=.002*X/E1
560 X2=Y*Y
570 X3=X2*Y/3
580 T1=A1*X2/2+A2*X3+.85

```

```

*(X-Y)
590 T2=A1*X3+A2*X3*Y*.75+.425*(X-Y)*(X+Y)
600 R1=R1+S*T1
610 R2=R2+S*T2
620 RETURN

```

SUBROUTINA REVAC

```

630 REM SUBR. REVAC
640 IF E1>.0035 OR E2<.01 OR E1<E2-.000001 THEN 980
650 IF (.4285*E2+(.5714-R)*E1)/D>.002 THEN 980
660 IF ABS(E1-E2)<.000001 THEN 780
670 E3=(E1-E2)/D
680 X=E1/E3
690 R1=0 @ R2=0
700 S=1 @ GOSUB 480
710 IF X<1 THEN 750
720 E1=E1*(X-1)/X @ X=X-1
730 S=-1 @ GOSUB 480
740 X=X+1 @ E1=E1*X/(X-1

```

```

)
750 IF X=0 THEN 820
760 R2=R1*(R2/R1-X+.5)
770 GOTO 820
780 R2=0 @ E3=0
790 IF E1<0 THEN R1=0 @ GOTO 820
800 IF E1>.002 THEN R1=.85 @ GOTO 820
810 R1=(850-212500*E1)*E1
820 E4=E2 @ Y=R-.5 @ Y1=2*Y/(1-N2)
830 S1=0 @ S2=0 @ E6=E3*Y1
840 FOR I=1 TO N2
850 IF E4>E5 THEN S=1 @

```

```

GOTO 880
860 IF E4<=-E5 THEN S=-1 @ GOTO 880
870 S=E4/E5
880 IF I=1 OR I=N2 THEN S=N1*S ELSE S=2*S
890 S1=S1+S
900 S2=S2+S*Y
910 E4=E4+E6
920 Y=Y+Y1
930 NEXT I
940 S=W/2/(N1+N2-2)
950 R1=R1+S1*S
960 R2=R2+S2*S
970 RETURN
980 DISP "ERROR EN SUBR. REVAC" @ STOP

```

SUBRUTINA CRI

```

990 REM SUBR CRI
1000 IF Z>.3 THEN 1090
1010 E2=-E5
1020 C1=.001 @ C2=.002
1030 E1=C1 @ GOSUB 630 @
D1=R1-Z
1040 E1=C2 @ GOSUB 630 @
D2=R1-Z
1050 IF ABS(D2)<=.0001 T
HEN 1200
1060 D3=(C1-C2)/(D1-D2)*
D2

```

```

1070 C1=C2 @ D1=D2 @ C2=
C2-D3
1080 GOTO 1040
1090 E1=E5 @ E2=E5 @ GOS
UB 630
1100 IF Z>R1 THEN DISP
AXIL EXCESIVO @ STOP
1110 C1=-E5 @ C2=E5
1120 E2=C1 @ E1=(D+E5-R*
E2)/(D-R)
1130 GOSUB 630 @ D1=R1-Z
1140 E2=C2 @ E1=(D+E5-R*

```

```

E2)/(D-R)
1150 GOSUB 630 @ D2=R1-Z
1160 IF ABS(D2)<=.0001 T
HEN 1200
1170 D3=(C1-C2)/(D1-D2)*
D2
1180 C1=C2 @ D1=D2 @ C2=
C2-D3
1190 GOTO 1140
1200 G=R2/R1
1210 F=(E1-E2)/D*1000
1220 RETURN

```

SUBRUTINA CRA

```

1230 REM SUBR CRA
1240 C1=.5 @ C2=.8
1250 X=C1 @ GOSUB 1330 @
GOSUB 630 @ D1=R1-Z
1260 X=C2 @ GOSUB 1330 @

```

```

GOSUB 630 @ D2=R1-Z
1270 IF ABS(D2)<=.0001 T
HEN 1300
1280 D3=(C1-C2)/(D1-D2)*
D2

```

```

1290 C1=C2 @ D1=D2 @ C2=
C2-D3 @ GOTO 1260
1300 G=R2/R1
1310 F=(E1-E2)/D*1000
1320 RETURN

```

SUBRUTINA DEFOR

```

1330 REM SUBR DEFOR
1340 IF X>.259*D THEN 13
60
1350 E1=.01*X/(D-X) @ E2

```

```

=-.01 @ RETURN
1360 IF X>1 THEN 1300
1370 E1=.0035 @ E2=.0035
*(X-D)/X @ RETURN

```

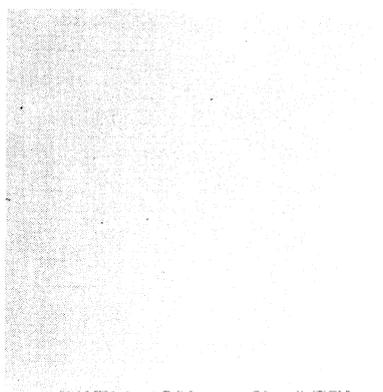
```

1380 E1=.005-.0015*X @ E
2=.0035*R
1390 E2=E2+(X-1)*(.002-E 2)
1400 RETURN

```

☆☆☆

publicación del i.e.t.c.c.



El Instituto Eduardo Torroja, miembro activo tanto del Comité Eurointernacional del Hormigón (CEB), como de la Federación Internacional del Pretensado (FIP), ha tomado a su cargo la traducción y edición de esta importante normativa.

Aunque presentado con el título de «Código Modelo CEB/FIP 1978» este documento incorpora los dos primeros volúmenes de este «Sistema Unificado Internacional de Reglamentación Técnica de Ingeniería Civil». El primer volumen de este «Sistema Unificado» es el denominado «Reglas comunes Unificadas para los diferentes tipos de obras y materiales», donde se exponen los criterios y formatos de seguridad a que han de ajustarse los diferentes Códigos (estructuras de hormigón, estructuras metálicas, estructuras mixtas, estructuras de albañilería y estructuras de madera), que han de configurar la totalidad del antedicho sistema.

El segundo volumen es propiamente el Código Modelo para las Estructuras de Hormigón. Fruto de la colaboración de dos asociaciones del prestigio del CEB y la FIP, desde mediados de los 60, incorpora los avances científicos y tecnológicos producidos en los últimos años sin detrimento alguno de la claridad y operatividad que deben presidir un código que pretende ser, ante todo, un auxiliar práctico para los técnicos de la construcción.

El Código sigue en su estructura las reglas más o menos clásicas: una primera parte dedicada a los datos generales para el cálculo (propiedades de los materiales, datos relativos al pretensado, tolerancias); en segundo lugar se presentan las reglas de proyecto estructural (acciones, solicitaciones, estados límites últimos y de utilización, reglas de detalle para el armado); y, por último, ejecución, mantenimiento y control de calidad.

También incluye reglas para estructuras con elementos prefabricados y estructuras de hormigón con áridos ligeros. Los Anejos del Código se refieren a: terminología, proyecto mediante la experimentación, resistencia al fuego, tecnología del hormigón, comportamiento en el tiempo del hormigón y fatiga.

Un volumen encuadrado en cartóné, de 21 x 30 cm, compuesto de 340 páginas, Madrid, mayo 1982.

Precios: España 2.500 ptas. Extranjero 36 \$ USA.

**código-modelo ceb-fip
para las estructuras de hormigón**