

TABLAS PARA LA COMPROBACION A PUNZONAMIENTO POR EL METODO DE LA EH-80

F. Morán Cabré. Dr. Ingeniero de Caminos
400-9

Resumen

Se presentan las fórmulas para la comprobación a punzonamiento de placas sobre apoyos aislados, de acuerdo con el método propuesto por la Instrucción EH-80. Se estudia el caso más general de momento en las dos direcciones, desarrollándose la formulación para soportes interiores, soportes de borde y soportes de esquina. Se presentan tablas que facilitan la aplicación del método y varios ejemplos numéricos aclaratorios.

Introducción

La Instrucción EH-80 (1), en su apartado 55.5, establece las siguientes limitaciones relacionadas con la comprobación a punzonamiento de placas sobre apoyos aislados. No es necesaria armadura a punzonamiento si se cumplen las desigualdades:

$$\frac{N_d}{A_c} + \frac{\alpha \cdot M_d \cdot u}{J_c} \leq 2 f_{cv}$$

$$\frac{N_d}{A_c} - \frac{\alpha \cdot M_d \cdot v}{J_c} \leq 2 f_{cv}$$

Con los siguientes significados (fig. 1):

N_d = Reacción del soporte menos la parte que carga en la zona de punzonamiento, en valores de cálculo. Es decir, esfuerzo axial de cálculo transmitido por la placa al soporte a través de la sección de punzonamiento.

A_c = Area resistente de la sección a comprobar (igual al perímetro crítico por el canto útil de la placa).

α = Fracción del momento que se transmite desde la placa al soporte por excentricidad de cortante. (Su valor se indica en la fig. 1).

M_d = En soportes interiores y en los bordes, en dirección paralela al mismo, diferencia de momentos flectores de cálculo a ambos lados de la sección que define la fibra neutra c-c de la sección a comprobar. En soportes de borde en dirección normal al mismo y en los de esquina, momento flector de cálculo en la sección que define la fibra neutra c-c de la sección a comprobar.

d = Canto útil de la placa.

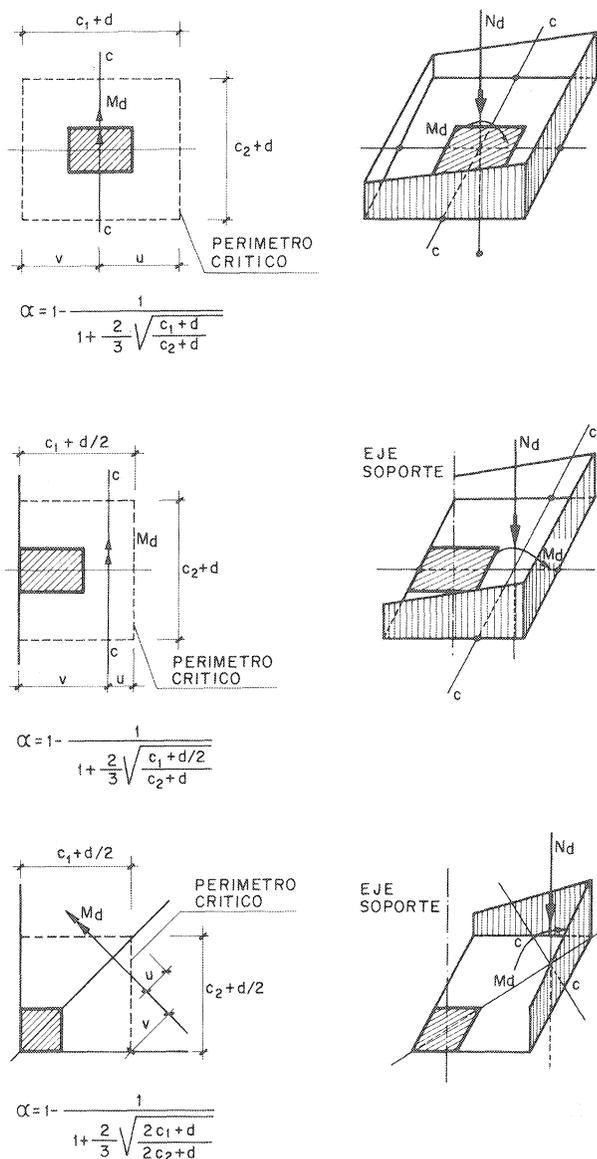
J_c = Momento de inercia combinado de la sección a comprobar.

f_{cv} = Resistencia virtual de cálculo del hormigón a esfuerzo cortante, según se define en el apartado 39.1.3.2.2 de la EH-80.

u, v = Distancia de la fibra neutra de la sección a comprobar, c-c, a los límites de la misma.

En el comentario al apartado 55.5 se indica que, en el caso de soportes interiores, el valor de J_c viene dado por la expresión:

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$



La aplicación de estas fórmulas tropieza con las siguientes dificultades:

- No figuran las expresiones de la inercia J_c para soportes de borde y de esquina, ni se dan criterios para su obtención.
- Tampoco se dan las expresiones de las distancias u y v del c. de g. de la superficie de punzonamiento a sus lados.
- No se considera el caso más general de momentos flectores en las dos direcciones.

En un libro reciente sobre forjados (2), Calavera presenta fórmulas que cubren estas lagunas. Sin embargo, parece haberse deslizado en las mismas alguna errata. Por otra parte, la aplicación de las fórmulas no se aclara mediante ejemplos numéricos. Además, las fórmulas resultan demasiado complicadas para su aplicación manual, siendo conveniente la preparación de tablas para facilitar dicha aplicación. A estos fines se dirige el presente trabajo.

Fig.—1.

1. Soportes interiores

1.1. Formulación

Las fórmulas para la aplicación del método de comprobación a punzonamiento propuesto por la EH-80, en el caso de soportes interiores, son las siguientes:

— Dimensiones de la sección crítica de punzonamiento (rectángulo A B C D, ver figura 2):

$$\begin{aligned} a &= c_1 + d \\ b &= c_2 + d \end{aligned}$$

— Area e inercias de dicha sección:

$$A_c = 2(a + b)d$$

$$J_x = 2 \left(\frac{a \cdot d^3}{12} + \frac{a^3 \cdot d}{12} \right) + 2bd \left(\frac{a}{2} \right)^2 = ad \left(\frac{a^2 + d^2}{6} + \frac{ab}{2} \right)$$

$$J_y = 2 \left(\frac{b \cdot d^3}{12} + \frac{b^3 \cdot d}{12} \right) + 2ad \left(\frac{b}{2} \right)^2 = bd \left(\frac{b^2 + d^2}{6} + \frac{ab}{2} \right)$$

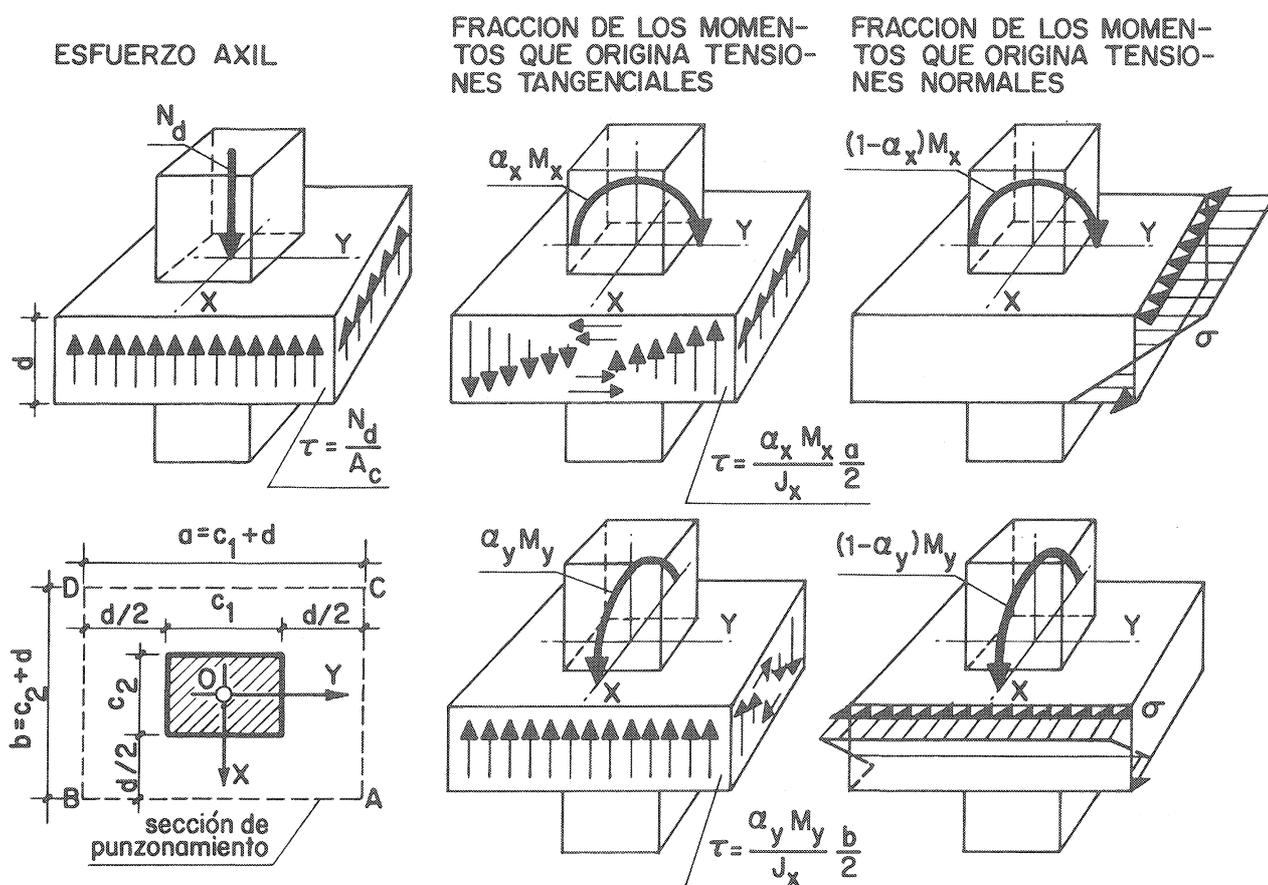


Fig.—2.

El primer término de J_x es el momento polar de las caras A B y C D (figura 2). El segundo término es el momento de inercia de las caras A C y B D:

— Fracciones de los momentos M_x y M_y que originan tensiones tangenciales en la sección de punzonamiento:

$$\alpha_x = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{a}{b}}}; \quad \alpha_y = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b}{a}}}$$

— Centro de gravedad de la sección de punzonamiento. En este caso coincide con el centro del soporte, esto es, con el origen del sistema coordenado de referencia.

— Fórmula para la comprobación a punzonamiento:

$$\tau_{\max} = \frac{N_d}{A_c} + \frac{\alpha_x |M_x|}{J_x} \cdot \frac{a}{2} + \frac{\alpha_y |M_y|}{J_y} \cdot \frac{b}{2} \leq 2 f_{cv}$$

En este caso, tomando los valores absolutos de los momentos se obtiene automáticamente la tensión en la esquina más desfavorable A, B, C ó D de la sección de punzonamiento.

1.2. Ejemplo numérico

Comprobar un soporte interior a punzonamiento con los siguientes datos:

— Dimensiones del soporte: $c_1 \times c_2 = 0,40 \times 0,20 \text{ m}^2$

— Canto útil de la placa: $d = 0,20 \text{ m}$

— Esfuerzos transmitidos al soporte: $N_d = 24 \text{ t}$; $M_x = 1,62 \text{ mt}$; $M_y = 0,94 \text{ mt}$

— Resistencia del hormigón: $f_{ck} = 200 \text{ kp/cm}^2$

Solución (fig. 3):

— Dimensiones sección crítica punzonamiento:

$$a = 0,40 + 0,20 = 0,60 \text{ m}$$

$$b = 0,20 + 0,20 = 0,40 \text{ m}$$

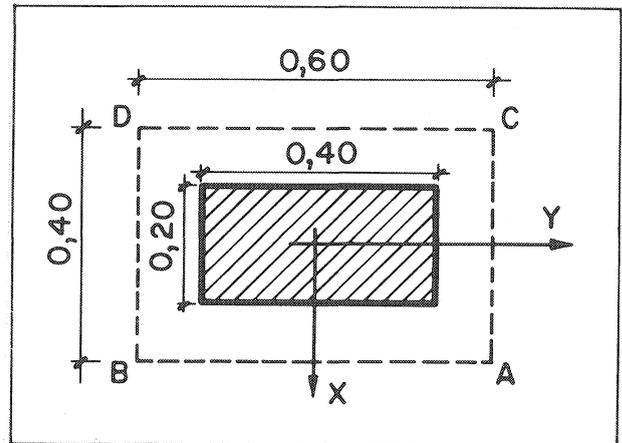


Fig.—3.

— Area e inercias:

$$A_c = 2 (0,60 + 0,40) \cdot 0,20 = 0,400 \text{ m}^2$$

$$J_x = 0,6 \times 0,2 \left(\frac{0,6^2 + 0,2^2}{6} + \frac{0,6 \times 0,4}{2} \right) = 0,02240 \text{ m}^4$$

$$J_y = 0,4 \times 0,2 \left(\frac{0,4^2 + 0,2^2}{6} + \frac{0,6 \times 0,4}{2} \right) = 0,01227 \text{ m}^4$$

— Fracciones de M_x y M_y que causan tensiones tangenciales:

$$\alpha_x = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{0,6}{0,4}}} = 1 - 0,551 = 0,449$$

$$\alpha_y = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{0,4}{0,6}}} = 1 - 0,648 = 0,352$$

— Resistencia del hormigón a punzonamiento:

$$2 \cdot f_{cv} = 2 \times 0,5 \sqrt{f_{cd}} = \sqrt{133} = 11,5 \text{ kp/cm}^2 = 115 \text{ t/m}^2$$

— Comprobación a punzonamiento:

$$\tau_{\max} = \frac{24}{0,400} + \frac{0,449 \times 1,62}{0,02240} \times 0,30 + \frac{0,352 \times 0,94}{0,01227} \times 0,20 = 60,0 + 9,7 + 5,4 = 75,1 \text{ t/m}^2 < 2 \cdot f_{cv}$$

1.3. Tabla práctica.

En la página siguiente se presenta una tabla para el cálculo inmediato a punzonamiento aplicando el método de la EH-80. La tabla proporciona, para distintas relaciones de los parámetros c_2/c_1 y d/c_1 , los valores de los coeficientes λ , ρ_x y ρ_y con los cuales la comprobación se reduce a una simple fórmula:

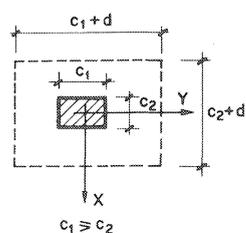
$$\tau_{\max} = \frac{N_c}{\lambda \cdot c_f^2} + \frac{M_x}{\rho_x \cdot c_f^3} + \frac{M_y}{\rho_y \cdot c_f^3} \leq 2 \cdot f_{cv}$$

En nuestro caso se tendrá:

$$\tau_{\max} = \frac{24}{2,500 \times 0,4^2} + \frac{1,62}{2,596 \times 0,4^3} + \frac{0,94}{2,719 \times 0,4^3} = 60,0 + 9,7 + 5,4 = 75,1 \text{ t/m}^2 < 2 \cdot f_{cv}$$

TABLA PARA EL CALCULO A PUNZONAMIENTO
SOPORTES INTERIORES

$\frac{d}{c_1}$	Valores de c_2/c_1									
	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.90	1.00	
.15	λ	.540	.555	.570	.585	.600	.615	.630	.660	.690
	ρ_x	.382	.408	.435	.462	.490	.518	.546	.604	.664
	ρ_y	.402	.428	.453	.479	.505	.531	.557	.610	.664
.20		.760	.780	.800	.820	.840	.860	.880	.920	.960
		.572	.609	.647	.685	.723	.763	.802	.884	.967
		.603	.638	.673	.709	.745	.781	.818	.891	.967
.25		1.000	1.025	1.050	1.075	1.100	1.125	1.150	1.200	1.250
		.799	.848	.897	.947	.998	1.049	1.101	1.207	1.315
		.841	.887	.933	.980	1.026	1.074	1.121	1.217	1.315
.30		1.260	1.290	1.320	1.350	1.380	1.410	1.440	1.500	1.560
		1.067	1.127	1.189	1.252	1.315	1.379	1.445	1.577	1.713
		1.121	1.178	1.236	1.294	1.352	1.411	1.471	1.591	1.713
.40		1.840	1.880	1.920	1.960	2.000	2.040	2.080	2.160	2.240
		1.733	1.821	1.911	2.002	2.094	2.186	2.280	2.472	2.667
		1.818	1.900	1.983	2.066	2.150	2.235	2.320	2.492	2.667
.50		2.500	2.550	2.600	2.650	2.700	2.750	2.800	2.900	3.000
		2.596	2.715	2.837	2.959	3.083	3.208	3.335	3.592	3.854
		2.719	2.829	2.940	3.051	3.163	3.276	3.390	3.621	3.854
.60		3.240	3.300	3.360	3.420	3.480	3.540	3.600	3.720	3.840
		3.680	3.835	3.991	4.149	4.309	4.470	4.633	4.964	5.300
		3.848	3.989	4.131	4.273	4.417	4.562	4.707	5.002	5.300
.80		4.960	5.040	5.120	5.200	5.280	5.360	5.440	5.600	5.760
		6.612	6.848	7.086	7.327	7.569	7.814	8.060	8.559	9.067
		6.894	7.105	7.317	7.531	7.746	7.963	8.181	8.621	9.067
1.00		7.000	7.100	7.200	7.300	7.400	7.500	7.600	7.800	8.000
		10.729	11.061	11.396	11.733	12.074	12.416	12.761	13.459	14.167
		11.156	11.449	11.743	12.040	12.338	12.638	12.940	13.550	14.167



$$\tau_{\max} = \frac{N_c}{\lambda \cdot c_1^2} + \frac{|M_x|}{\rho_x \cdot c_1^3} + \frac{|M_y|}{\rho_y \cdot c_1^3} \leq 2 \cdot f_{cv}$$

2. Soportes de borde

2.1. Formulación

En este caso el cálculo a punzonamiento sigue la marcha siguiente:

- Dimensiones de la sección crítica de punzonamiento (sección en U, B - A - C - D, ver figura 4):

$$a = c_1 + \frac{d}{2}$$

$$b = c_2 + d$$

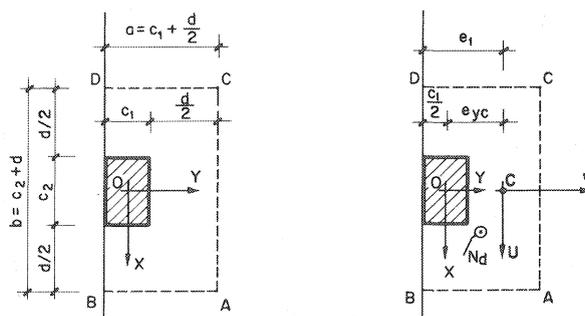


Fig.—4.

- Centro de gravedad C de la sección de punzonamiento (ver figura 4). Viene definido por las coordenadas respecto al sistema OXY:

$$e_{xc} = 0$$

$$e_{yc} = e_1 - \frac{c_1}{2} = \frac{2ad \frac{a}{2} + bda}{A_c} - \frac{c_1}{2} = \frac{a}{2} \frac{(a+b)}{2a+b} - \frac{c_1}{2}$$

— Area e inercias de la sección de punzonamiento, respecto al sistema CUV:

$$A_c = (2a + b) \cdot d$$

$$J_u = 2 \left[\frac{a \cdot d^3}{12} + \frac{a^3 \cdot d}{12} + ad \left(\frac{a}{2} - e_1 \right)^2 \right] + bd(a - e_1)^2 =$$

$$= ad \left[\frac{a^2 + d^2}{6} + 2 \left(\frac{a}{2} - e_1 \right)^2 \right] + bd(a - e_1)^2$$

$$J_v = \frac{b \cdot d^3}{12} + \frac{b^3 \cdot d}{12} + 2ad \left(\frac{b}{2} \right)^2 = \frac{bd}{12} (b^2 + d^2 + 6ab)$$

— Momentos de la resultante N_d respecto al sistema CUV:

$$M_u = M_x - N_d \cdot e_{yc}$$

$$M_v = M_y$$

— Fracciones de los momentos M_u y M_v que originan tensiones tangenciales en la sección de punzonamiento*:

$$\alpha_u = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{a}{b}}}; \quad \alpha_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b}{a}}}$$

— Tensión tangencial en un punto cualquiera (u, v) de la sección de punzonamiento:

$$\tau = \frac{N_d}{A_c} + \frac{\alpha_u \cdot M_u}{J_u} \cdot v + \frac{\alpha_v \cdot M_v}{J_v} \cdot u$$

— Coordenadas, en el sistema CUV, de las esquinas de la sección de punzonamiento:

$$u_A = b/2$$

$$u_B = b/2$$

$$v_A = a - c_1/2 - e_{yc}$$

$$v_B = -c_1/2 - e_{yc}$$

$$u_C = -b/2$$

$$u_D = -b/2$$

$$v_C = a - c_1/2 - e_{yc}$$

$$v_D = -c_1/2 - e_{yc}$$

— Comprobación de punzonamiento: Consistirá en verificar:

$$\tau_{\max} = \max(\tau_A, \tau_B, \tau_C, \tau_D) \leq 2 \cdot f_{cv}$$

2.2. Ejemplo numérico

Comprobar un soporte de borde a punzonamiento con los siguientes datos:

— Dimensiones del soporte:

$$c_1 \times c_2 = 0,40 \times 0,20 \text{ m}^2$$

— Canto útil de la placa: $d = 0,20 \text{ m}$

— Esfuerzos transmitidos al soporte:

$$N_d = 12 \text{ t}; \quad M_x = 2,4 \text{ mt}; \quad M_y = 0,94 \text{ mt}$$

— Resistencia hormigón: $f_{ck} = 200 \text{ kp/cm}^2$

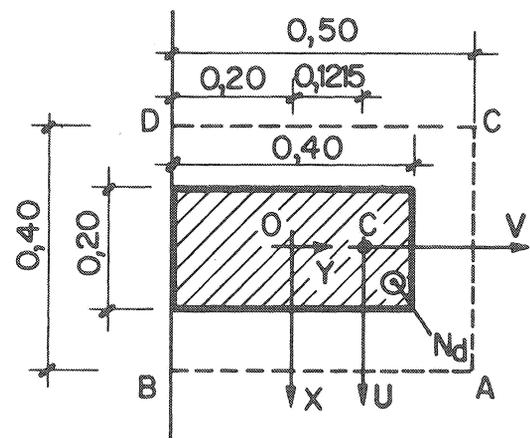


Fig.—5.

* Cabría preguntarse si la fracción α debe multiplicar a los momentos transmitidos desde la losa al soporte (M_x, M_y), o a esos mismos momentos ya trasladados al c. de g. de la sección de punzonamiento (M_u, M_v). Las diferencias son notables en los casos de soportes de borde y de esquina. Nos inclinamos por la segunda interpretación, que parece más acorde con la letra de la EH-80 y del Código ACI 318-77.

Solución (fig. 5):

— Dimensiones sección crítica punzonamiento:

$$a = 0,40 + 0,10 = 0,50 \text{ m}$$

$$b = 0,20 + 0,20 = 0,40 \text{ m}$$

— Centro de gravedad C de la sección de punzonamiento:

$$e_{yc} = e_1 - \frac{c_1}{2} = \frac{0,5(0,5 + 0,4)}{2 \times 0,5 + 0,4} - 0,20 = 0,3215 - 0,20 = 0,1215 \text{ m}$$

— Area e inercias respecto al sistema CUV:

$$A_c = (2 \times 0,5 + 0,4) \times 0,20 = 0,28 \text{ m}^2$$

$$J_u = 0,5 \times 0,2 \left[\frac{0,5^2 + 0,2^2}{6} + 2(0,25 - 0,3215)^2 \right] + 0,4 \times 0,2(0,5 - 0,3215)^2 =$$

$$= 0,005854 + 0,002548 = 0,008402 \text{ m}^4$$

$$J_v = \frac{0,4 \times 0,2}{12} (0,4^2 + 0,2^2 + 6 \times 0,5 \times 0,4) = 0,009333 \text{ m}^4$$

— Momentos de la resultante N_d respecto al sistema CUV:

$$M_u = 2,4 - 12 \times 0,1215 = 0,942 \text{ mt}$$

$$M_v = 0,94 \text{ mt}$$

— Fracciones de los momentos M_u , M_v que originan tensiones tangenciales:

$$\alpha_u = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{0,5}{0,4}}} = 1 - 0,5729 = 0,4271$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{0,4}{0,5}}} = 1 - 0,6265 = 0,3735$$

— Coordenadas de la esquina más desfavorable. Teniendo en cuenta la situación de la resultante N_d respecto al centro de gravedad de la sección de punzonamiento C (ver figura 5), la esquina más desfavorable es la A. Sus coordenadas son:

$$u_A = 0,20 \text{ m}$$

$$v_A = 0,50 - 0,20 - 0,1215 = 0,1785 \text{ m}$$

— Comprobación de punzonamiento:

$$\tau_{\max} = \tau_A = \frac{12}{0,28} + \frac{0,4271 \times 0,942}{0,008402} \times 0,1785 + \frac{0,3735 \times 0,94}{0,009333} \times 0,20 =$$

$$= 42,9 + 8,5 + 7,5 = 58,9 \text{ t/m}^2 < 2 f_{cv} = 115 \text{ t/m}^2$$

2.3. Tabla práctica

En la página siguiente se presenta una tabla para el cálculo a punzonamiento de soportes de borde aplicando el método de la EH-80. La tabla proporciona, para distintos valores de los parámetros c_2/c_1 y d/c_1 , los coeficientes λ , β , ρ_x , ρ'_x , ρ_y . Conocidos dichos coeficientes, el cálculo se realiza como sigue:

— Se obtiene la relación $\beta_o = \frac{M_x}{N_d \times c_1}$ y se compara con el valor de β dado en la tabla.

**TABLA PARA CALCULO DE PUNZONAMIENTO
SOPORTES DE BORDE**

$\frac{d}{c_1}$	Valores de c_2/c_1									
	.50	.60	.70	.80	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	
.15	λ	.420	.435	.450	.465	.495	.533	.570	.608	.645
	β	.162	.177	.190	.202	.225	.249	.271	.290	.306
	ρ_x	.280	.315	.352	.389	.467	.570	.678	.791	.909
	ρ'_x	.174	.186	.196	.207	.226	.248	.267	.286	.303
	ρ_y	.340	.379	.418	.458	.537	.637	.740	.845	.954
.20		.580	.600	.620	.640	.680	.730	.780	.830	.880
		.183	.197	.210	.222	.244	.268	.290	.308	.325
		.410	.460	.510	.562	.669	.811	.959	1.114	1.276
		.251	.266	.281	.294	.320	.350	.377	.402	.425
		.494	.548	.602	.655	.763	.900	1.041	1.185	1.333
.25		.750	.775	.800	.825	.875	.938	1.000	1.063	1.125
		.203	.217	.229	.241	.263	.288	.309	.327	.344
		.563	.672	.692	.759	.898	1.080	1.271	1.471	1.679
		.338	.357	.375	.393	.425	.463	.497	.530	.560
		.672	.741	.809	.878	1.016	1.191	1.371	1.555	1.744
.30		.930	.960	.990	1.020	1.080	1.155	1.230	1.305	1.380
		.223	.237	.249	.261	.283	.306	.327	.346	.363
		.739	.819	.900	.983	1.156	1.381	1.618	1.864	2.120
		.436	.459	.481	.503	.542	.588	.631	.670	.707
		.875	.958	1.042	1.126	1.296	1.511	1.732	1.958	2.189
.40		1.320	1.360	1.400	1.440	1.520	1.620	1.720	1.820	1.920
		.264	.276	.289	.300	.321	.344	.365	.384	.400
		1.171	1.285	1.401	1.520	1.765	2.086	2.420	2.769	3.130
		.669	.701	.731	.760	.815	.878	.937	.992	1.043
		1.357	1.473	1.590	1.707	1.943	2.243	2.550	2.865	3.187
.50		1.750	1.800	1.850	1.900	2.000	2.125	2.250	2.375	2.500
		.304	.316	.328	.339	.359	.382	.403	.421	.438
		1.722	1.875	2.030	2.189	2.517	2.942	3.386	3.847	4.324
		.957	.997	1.036	1.073	1.144	1.226	1.302	1.374	1.441
		1.952	2.103	2.255	2.407	2.715	3.106	3.506	3.916	4.336
.60		2.220	2.280	2.340	2.400	2.520	2.670	2.820	2.970	3.120
		.343	.355	.367	.378	.398	.420	.440	.459	.475
		2.409	2.605	2.805	3.009	3.427	3.970	4.535	5.120	5.725
		1.305	1.355	1.402	1.449	1.536	1.638	1.734	1.823	1.908
		2.670	2.858	3.048	3.238	3.622	4.111	4.611	5.123	5.646
.80		3.280	3.360	3.440	3.520	3.680	3.880	4.080	4.280	4.480
		.422	.433	.444	.455	.474	.496	.516	.534	.550
		4.263	4.560	4.862	5.169	5.799	6.613	7.455	8.325	9.222
		2.210	2.280	2.347	2.412	2.537	2.683	2.821	2.951	3.074
		4.517	4.787	5.058	5.332	5.885	6.588	7.307	8.041	8.792
1.00		4.500	4.600	4.700	4.800	5.000	5.250	5.500	5.750	6.000
		.500	.511	.521	.531	.550	.571	.591	.609	.625
		6.875	7.294	7.718	8.150	9.031	10.166	11.338	12.545	13.786
		3.438	3.529	3.618	3.704	3.870	4.067	4.252	4.428	4.595
		6.979	7.341	7.705	8.071	8.813	9.756	10.719	11.703	12.707

— Si se cumple $\beta_o \geq \beta$, la esquina más desfavorable es la A o la C, y la comprobación se reduce a verificar si:

$$\tau_{\max} = \frac{N_d}{\lambda \cdot c_1^2} + \frac{M_x}{\rho_x \cdot c_1^3} \left(1 - \frac{\beta}{\beta_o}\right) + \frac{|M_y|}{\rho_y \cdot c_1^3} \leq 2 \cdot f_{cv}$$

— Si, por el contrario, $\beta_o < \beta$, la esquina más desfavorable es la B o la D, y la comprobación consiste en verificar si:

$$\tau_{\max} = \frac{N_d}{\lambda \cdot c_1^2} + \frac{M_x}{\rho'_x \cdot c_1^3} \left(\frac{\beta}{\beta_o} - 1\right) + \frac{|M_y|}{\rho_y \cdot c_1^3} \leq 2 \cdot f_{cv}$$

En el ejemplo numérico presentado, para $c_2/c_1 = 0,5$ y $d/c_1 = 0,5$ la tabla proporciona los valores:

$$\begin{aligned} \lambda &= 1,750 \\ \beta &= 0,304 \\ \rho_x &= 1,722 \\ \rho'_x &= 0,957 \\ \rho_y &= 1,952 \end{aligned}$$

— Se calcula:

$$\beta_0 = \frac{2,4}{12 \times 0,4} = 0,5 > \beta$$

— Por consiguiente, se verifica que:

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{12}{1,750 \times 0,16} + \frac{2,4}{1,722 \times 0,064} \left[1 - \frac{0,304}{0,5} \right] + \frac{0,94}{1,952 \times 0,064} = \\ &= 42,9 + 8,5 + 7,5 = 58,9 < 2 \cdot f_{cv} \end{aligned}$$

3. Soportes de esquina

3.1. Formulación

En este caso, el cálculo a punzonamiento sigue la marcha siguiente:

— Dimensiones de la sección crítica a punzonamiento (sección en L, B - A - C, ver figura 6):

$$a = c_1 + \frac{d}{2} \quad ; \quad b = c_2 + \frac{d}{2}$$

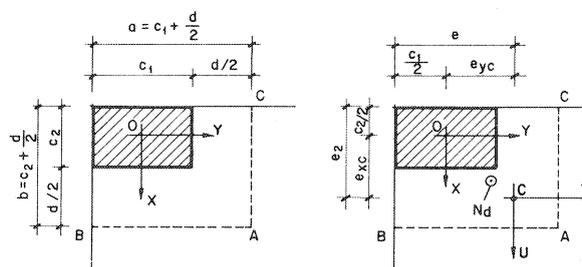


Fig.—6.

— Centro de gravedad C de la sección de punzonamiento (ver figura 6). Viene definido por sus coordenadas respecto al sistema OXY:

$$\begin{aligned} e_{xc} &= e_2 - \frac{c_2}{2} = \frac{bd \frac{b}{2} + adb}{A_c} - \frac{c_2}{2} = \frac{b(a + \frac{b}{2})}{a + b} - \frac{c_2}{2} \\ e_{yc} &= e_1 - \frac{c_1}{2} = \frac{ad \frac{a}{2} + bda}{A_c} - \frac{c_1}{2} = \frac{a(\frac{a}{2} + b)}{a + b} - \frac{c_1}{2} \end{aligned}$$

— Area e inercias de la sección de punzonamiento, respecto al sistema CUV paralelo al OXY y pasando por C:

$$A_c = (a + b) \cdot d$$

$$\begin{aligned} J_u &= \frac{a \cdot d^3}{12} + \frac{a^3 \cdot d}{12} + ad \left(\frac{a}{2} - e_1 \right)^2 + bd (a - e_1)^2 = \\ &= ad \left[\frac{a^2 + d^2}{12} + \left(\frac{a}{2} - e_1 \right)^2 \right] + bd (a - e_1)^2 \\ J_v &= bd \left[\frac{b^2 + d^2}{12} + \left(\frac{b}{2} - e_2 \right)^2 \right] + ad (b - e_2)^2 \end{aligned}$$

— Momentos de la resultante N_d respecto al sistema CUV:

$$M_u = M_x - N_d \cdot e_{yc}$$

$$M_v = M_y - N_d \cdot e_{xc}$$

— Fracciones de los momentos M_u , M_v que originan tensiones tangenciales en la sección de punzonamiento:

$$\alpha_u = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{a}{b}}} \quad ; \quad \alpha_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b}{a}}}$$

— Tensión tangencial en un punto cualquiera (u, v) de la sección de punzonamiento:

$$\tau = \frac{N_d}{A_c} + \frac{\alpha_u \cdot M_u}{J_u} \cdot v + \frac{\alpha_v \cdot M_v}{J_v} \cdot u$$

— Coordenadas, en el sistema CUV, de las esquinas de la sección de punzonamiento:

$$u_A = b - c_2/2 - e_{xc}$$

$$u_B = b - c_2/2 - e_{xc}$$

$$v_A = a - c_1/2 - e_{yc}$$

$$v_B = a - c_1/2 - e_{yc}$$

$$u_C = a - c_2/2 - e_{xc}$$

La esquina D no existe en este caso.

$$v_C = a - c_1/2 - e_{yc}$$

— Comprobación a punzonamiento: Consistirá en verificar:

$$\tau_{\max} = \max(\tau_A, \tau_B, \tau_C) \leq 2 \cdot f_{cv}$$

3.2. Ejemplo numérico

Comprobar un soporte de esquina a punzonamiento con los siguientes datos:

— Dimensiones del soporte: $c_1 \times c_2 = 0,40 \times 0,20 \text{ m}^2$

— Canto útil de la placa: $d = 0,20 \text{ m}$

— Esfuerzos transmitidos al soporte: $N_d = 8 \text{ t}$; $M_x = 3,6 \text{ mt}$; $M_y = 2,4 \text{ mt}$

— Resistencia hormigón: $f_{ck} = 200 \text{ kp/cm}^2$

Solución (fig. 7):

— Dimensiones de la sección crítica a punzonamiento:

$$a = 0,40 + 0,10 = 0,50 \text{ m}$$

$$b = 0,20 + 0,10 = 0,30 \text{ m}$$

— Centro de gravedad C de la sección de punzonamiento.

$$e_{xc} = e_2 - c_2/2 = \frac{0,3(0,50 + 0,15)}{0,50 + 0,30} - 0,10 = 0,24375 - 0,10 = 0,14375 \text{ m}$$

$$e_{yc} = e_1 - c_1/2 = \frac{0,5(0,25 + 0,30)}{0,50 + 0,30} - 0,20 = 0,34375 - 0,20 = 0,14375 \text{ m}$$

— Area e inercias de la sección de punzonamiento:

$$A_c = (0,5 + 0,3) \cdot 0,2 = 0,16 \text{ m}^2$$

$$J_u = 0,5 \times 0,2 \left[\frac{0,25 + 0,04}{12} + (0,25 - 0,34375)^2 \right] + 0,3 \times 0,2 (0,5 - 0,34375)^2 = 0,003295 + 0,001464 = 0,004759 \text{ m}^4$$

$$J_v = 0,3 \times 0,2 \left[\frac{0,09 + 0,04}{12} + (0,15 - 0,24375)^2 \right] + 0,5 \times 0,2 (0,3 - 0,24375)^2 = 0,001177 + 0,000316 = 0,001493 \text{ m}^4$$

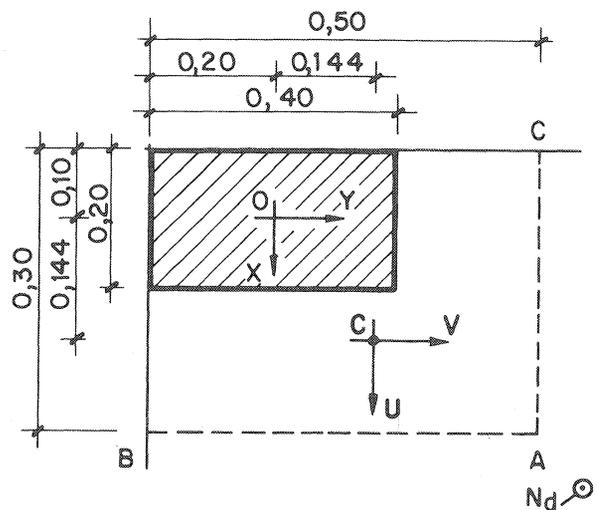


Fig.—7.

— Momentos de la resultante N_d respecto al sistema CUV:

$$M_u = 3,6 - 8 \times 0,14375 = 2,45 \text{ mt}$$

$$M_v = 2,4 - 8 \times 0,14375 = 1,25 \text{ mt}$$

— Fracciones de los momentos M_u , M_v que originan tensiones tangenciales en la sección de punzonamiento:

$$\alpha_u = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{0,5}{0,3}}} = 1 - 0,5374 = 0,4626$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{0,3}{0,5}}} = 1 - 0,6595 = 0,3405$$

— Coordenadas de la esquina más desfavorable. Teniendo en cuenta la situación de la resultante N_d respecto al centro de gravedad de la sección de punzonamiento C (ver figura 7), la esquina más desfavorable es la A. Sus coordenadas son:

$$u_A = 0,30 - 0,10 - 0,14375 = 0,05625 \text{ m}$$

$$v_A = 0,50 - 0,20 - 0,14375 = 0,15625 \text{ m}$$

— Comprobación de punzonamiento:

$$\begin{aligned} \tau_{\max} = \tau_A &= \frac{8}{0,16} + \frac{0,4626 \times 2,45}{0,004759} \times 0,15625 + \frac{0,3405 \times 1,25}{0,001493} \times 0,05625 = \\ &= 50,0 + 37,2 + 16,0 = 103,2 \text{ t/m}^2 < 2 \cdot f_{cv} = 115 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

3.3. Tabla práctica

En la página siguiente se presenta una tabla para el cálculo a punzonamiento de soportes de esquina aplicando el método de la EH-80. La tabla proporciona, para distintos valores de los parámetros c_2/c_1 y d/c_1 , los coeficientes λ , β , ρ_x , ρ'_x , ρ_y , ρ'_y . Conocidos dichos coeficientes, el cálculo se realiza como sigue:

— Se obtienen las relaciones:

$$\beta_o = \frac{M_x}{N_d \cdot c_1} \qquad \gamma_o = \frac{M_y}{N_d \cdot c_1}$$

y se comparan con el valor de β dado en la tabla.

— Si se cumple $\beta_o \geq \beta$ y $\gamma_o \geq \beta$, en la esquina más desfavorable (A) se tiene:

$$\tau_A = \tau_{\max} = \frac{N_d}{\lambda \cdot c_1^2} + \frac{M_x}{\rho_x \cdot c_1^3} \left(1 - \frac{\beta}{\beta_o}\right) + \frac{M_y}{\rho_y \cdot c_1^3} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma_o}\right) \leq 2 \cdot f_{cv}$$

— Si se cumple $\beta_o \geq \beta$ y $\gamma_o < \beta$, en la esquina más desfavorable (C) se tiene:

$$\tau_C = \tau_{\max} = \frac{N_d}{\lambda \cdot c_1^2} + \frac{M_x}{\rho_x \cdot c_1^3} \left(1 - \frac{\beta}{\beta_o}\right) + \frac{M_y}{\rho'_y \cdot c_1^3} \left(\frac{\beta}{\gamma_o} - 1\right) \leq 2 \cdot f_{cv}$$

— Si se cumple $\beta_o < \beta$ y $\gamma_o \geq \beta$, en la esquina más desfavorable (B) se tiene:

$$\tau_B = \tau_{\max} = \frac{N_d}{\lambda \cdot c_1^2} + \frac{M_x}{\rho'_x \cdot c_1^3} \left(\frac{\beta}{\beta_o} - 1\right) + \frac{M_y}{\rho_y \cdot c_1^3} \left(1 - \frac{\beta}{\gamma_o}\right) \leq 2 \cdot f_{cv}$$

— Por último, si $\beta_o < \beta$ y $\gamma_o < \beta$, será preciso calcular τ_C y τ_B con las fórmulas indicadas y comprobar que la mayor de las dos es igual o menor que $2 \cdot f_{cv}$.

**TABLA PARA EL CALCULO DE PUNZONAMIENTO
SOPORTES DE ESQUINA**

$\frac{d}{c_1}$	Valores de c_2/c_1									
	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.90	1.00	
.15	λ	.248	.255	.263	.270	.278	.285	.293	.308	.323
	β	.225	.235	.245	.254	.263	.271	.279	.293	.306
	ρ_x	.192	.208	.224	.241	.257	.274	.292	.327	.364
	ρ'_x	.093	.096	.099	.102	.105	.108	.111	.116	.121
	ρ_y	.219	.233	.247	.261	.276	.290	.305	.334	.364
	ρ'_y	.046	.052	.059	.066	.073	.080	.088	.104	.121
.20		.340	.350	.360	.370	.380	.390	.400	.420	.440
		.244	.254	.264	.273	.282	.290	.298	.312	.325
		.275	.297	.319	.342	.365	.388	.412	.461	.511
		.131	.136	.140	.145	.149	.152	.156	.163	.170
		.315	.334	.353	.372	.391	.411	.431	.470	.511
		.067	.076	.085	.095	.104	.115	.125	.147	.170
.25		.438	.450	.463	.475	.488	.500	.513	.538	.563
		.263	.273	.283	.292	.300	.309	.316	.331	.344
		.368	.397	.425	.454	.484	.514	.545	.608	.672
		.175	.180	.186	.191	.196	.201	.206	.215	.224
		.424	.448	.472	.496	.521	.545	.570	.621	.672
		.092	.103	.115	.127	.140	.153	.166	.194	.224
.30		.540	.555	.570	.585	.600	.615	.630	.660	.690
		.283	.293	.302	.311	.319	.327	.335	.349	.363
		.474	.509	.544	.580	.617	.654	.692	.769	.849
		.222	.229	.236	.243	.249	.255	.261	.272	.283
		.548	.577	.606	.635	.665	.695	.725	.786	.849
		.121	.135	.149	.164	.179	.195	.212	.247	.283
.40		.760	.780	.800	.820	.840	.860	.880	.920	.960
		.321	.331	.340	.349	.357	.365	.373	.387	.400
		.723	.772	.823	.874	.926	.978	1.032	1.141	1.253
		.334	.343	.353	.362	.370	.379	.387	.403	.418
		.847	.884	.923	.962	1.002	1.043	1.084	1.168	1.253
		.191	.211	.231	.252	.273	.296	.319	.367	.418
.50		1.000	1.025	1.050	1.075	1.100	1.125	1.150	1.200	1.250
		.359	.369	.378	.387	.395	.403	.410	.424	.438
		1.029	1.095	1.162	1.230	1.299	1.368	1.439	1.584	1.732
		.468	.480	.492	.504	.515	.526	.537	.558	.577
		1.218	1.265	1.313	1.362	1.413	1.464	1.516	1.623	1.732
		.281	.307	.333	.361	.389	.418	.448	.511	.577
.60		1.260	1.290	1.320	1.350	1.380	1.410	1.440	1.500	1.560
		.398	.407	.416	.424	.433	.440	.448	.462	.475
		1.400	1.484	1.569	1.655	1.743	1.832	1.922	2.105	2.293
		.628	.643	.658	.672	.687	.700	.714	.740	.764
		1.673	1.728	1.785	1.844	1.905	1.967	2.030	2.159	2.293
		.394	.426	.459	.494	.529	.566	.603	.682	.764
.80		1.840	1.880	1.920	1.960	2.000	2.040	2.080	2.160	2.240
		.474	.483	.492	.500	.508	.516	.523	.537	.550
		2.365	2.490	2.618	2.747	2.877	3.009	3.143	3.415	3.693
		1.035	1.056	1.078	1.099	1.119	1.139	1.158	1.195	1.231
		2.865	2.936	3.010	3.088	3.168	3.250	3.335	3.511	3.693
		.697	.744	.792	.842	.893	.946	1.001	1.113	1.231

En el ejemplo numérico presentado, para $c_2/c_1 = 0,5$ y $d/c_1 = 0,5$ la tabla da:

$$\lambda = 1,000 \quad \rho_x = 1,029 \quad \rho_y = 1,218$$

$$\beta = 0,359 \quad \rho'_x = 0,468 \quad \rho'_y = 0,281$$

— Se calculan:

$$\beta_o = \frac{3,6}{8 \times 0,4} = 1,125 > \beta$$

$$\gamma_o = \frac{2,4}{8 \times 0,4} = 0,750 > \beta$$

— La esquina más desfavorable será la A y en ella:

$$\tau_{\max} = \frac{8}{1,000 \times 0,16} + \frac{3,6}{1,029 \times 0,064} \left(1 - \frac{0,359}{1,125}\right) + \frac{2,4}{1,218 \times 0,064} \left(1 - \frac{0,359}{0,750}\right) =$$

$$= 50,0 + 37,2 + 16,0 = 103,2 \text{ t/m}^2$$

que coincide con el resultado obtenido anteriormente.

4. Referencias

(1) Comisión Permanente del Hormigón: "Instrucción EH-80 para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado". Servicio de publicaciones del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo (MOPU). Madrid, 1981.

(2) J. Calavera: "Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación". Instituto Técnico de Materiales y Construcciones (INTEMAC). Madrid, 1981.

* * *

publicación del i.e.t. c.c.

las resinas epoxi en la construcción

Manuel Fernández Cánovas
Dr. Ingeniero de Construcción

Este libro, el primero en lengua castellana sobre **resinas epoxi** aplicadas a la construcción, está dirigido a arquitectos, ingenieros, constructores y aplicadores. En él, sobre una reducida base teórica imprescindible, se asienta toda una extensa gama de aplicaciones de gran interés.

El autor trabaja desde hace muchos años en el campo de la investigación, especialmente en el estudio de refuerzos y reparaciones estructurales realizados con **resinas epoxi**.

Con un lenguaje sencillo se tocan todos los problemas que pueden presentarse en la construcción y en los que la solución puede radicar en el correcto empleo de las **resinas epoxi**.

Se estudian los componentes de las formulaciones **epoxi**, sus propiedades físicas y químicas, y aplicaciones, deteniéndose, detalladamente, en las siguientes:

Unión de hormigón fresco a hormigón endurecido.—Unión de hormigones entre sí.—Inyecciones de fisuras y grietas.—Unión de acero a hormigón.—Barnices y pinturas.—Las combinaciones brea-epoxi.—Revestimientos de depósitos alimenticios.—Sellado de superficies cerámicas.—Protección de tubos.—Los suelos epoxi en sus diferentes variantes.—Terrazo epoxi.—Reparación de baches.—Reparación de desperfectos en estructuras.—Reparación de carreteras de hormigón.—Juntas elásticas.—Guardacantos de tableros de puentes.—Refuerzos de pilares, vigas, forjados y zapatas, etc.—Consolidación de suelos.—Anclajes.—Protección de aceros en pretensado.

Se termina con unos capítulos dedicados a la limpieza y preparación de las superficies según los materiales a unir; al control del estado superficial de éstos; a las condiciones de temperatura de aplicación; limpieza de los útiles de trabajo; precauciones en el manejo de los sistemas; almacenaje, mezcla y manejo de las formulaciones epoxi y métodos de ensayo de sistemas y aplicaciones epoxidicas.

Un volumen encuadernado en cartón plastificado con lomo de tela, de 17 × 24 cm, compuesto de 334 páginas y 158 figuras y fotografías.

Madrid, 1981.

Precios: España, 1.700 ptas.; extranjero, \$ USA 24.00.

