

# Dimensionamiento del refuerzo a flexión con laminados de polímeros reforzados con fibras (FRP) evitando su desprendimiento prematuro

## *Design method for flexural strengthening with fiber reinforced polymer (FRP) laminates avoiding its premature debonding*

E. Oller<sup>(\*)</sup>, A. R. Marí<sup>(\*)</sup>, L. Bellido<sup>(\*)</sup>

### RESUMEN

La investigación experimental de elementos de hormigón reforzados a flexión mediante la adhesión de laminados de polímeros reforzados con fibras (FRP) muestra que en la mayor parte de ensayos, el laminado se desprende de forma prematura iniciándose normalmente el fallo en las regiones más solicitadas debido al efecto de las fisuras intermedias. Desde los inicios de esta técnica de refuerzo, se han desarrollado modelos para evitar este tipo de rotura, la mayoría de los cuales presentan una dispersión considerable comparando sus resultados con los experimentales. En este artículo se presenta un análisis comparativo de diferentes formulaciones existentes a partir de una base de datos de ensayos recopilada por los autores. Posteriormente, se propone un método de dimensionamiento basado en un diagrama de interacción cortante-flexión asociado al desprendimiento del refuerzo, que depende de la máxima fuerza rasante transmitida entre fisuras adyacentes. Finalmente, se compara este método con el resto de modelos analizados, obteniéndose resultados muy satisfactorios en relación a la predicción de la carga última.

605-3

**Palabras clave:** Refuerzo; polímeros reforzados con fibras (FRP); desprendimiento prematuro; dimensionamiento.

### SUMMARY

According to the available experimental research related to structures flexurally strengthened by bonding fiber reinforced polymer (FRP) laminates, the laminate debonds in a brittle manner in most tests. This debonding failure usually initiates in the most loaded regions due the effect of intermediate cracks (intermediate crack debonding). From the beginning of this technique, several models have been developed to avoid this premature failure. However, some of them present a significant scatter in relation to the experimental data. This paper presents a comparative analysis of the existing formulations through a database of tests compiled by the authors. Afterwards, a design procedure based on a shear-bending moment interaction diagram related to intermediate crack debonding is presented. This interaction diagram depends on the maximum shear force between crack discontinuities. Finally, the proposed method is compared to the rest of the models obtaining satisfactory results when predicting the failure load.

**Keywords:** Strengthening; fiber reinforced polymer (FRP); debonding; design.

<sup>(\*)</sup> Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona (España).  
Persona de contacto/Corresponding author: eva.oller@upc.edu (E. Oller)

1. Desprendimiento prematuro del laminado: a) debido a fisuración intermedia, b) en el extremo del laminado (b.1 arrancando fina capa recubrimiento, b.2 arrancando recubrimiento hasta armadura pasiva, b.3 formando fisura de cortante).

## 1. INTRODUCCIÓN

El refuerzo de elementos de hormigón armado y pretensado mediante la adhesión de laminados de polímeros reforzados con fibras (FRP) ha mostrado ser una técnica efectiva con ejemplos de aplicaciones en todo el mundo (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9). El refuerzo a flexión y el confinamiento con laminados FRP se encuentran más consolidados que el refuerzo a cortante (10) (11). Sin embargo, el refuerzo a flexión se encuentra limitado, tal y como se observa en la gran mayoría de ensayos experimentales, por el desprendimiento prematuro del refuerzo, que tiene lugar antes de que se alcance la carga última asociada a una rotura clásica (rotura del hormigón a compresión o rotura del FRP a tracción). Esta rotura prematura suele producirse en el hormigón, por ser el material más débil a tracción de la interfase hormigón-adhesivo-laminado. El mecanismo de desprendimiento del refuerzo puede iniciarse a lo largo del vano debido a la presencia de fisuras intermedias de flexión y/o cortante (conocido también como *intermediate crack (IC) debonding*), o bien en el extremo del laminado (conocido también como *plate end (PE) debonding*) (Figura 1).

El modo de rotura prematuro más habitual es el debido a la presencia de fisuras intermedias de flexión y/o cortante a lo largo de la luz. El aumento de la sollicitación, una vez fisurada la pieza, lleva a la aparición de microfisuras en la interfase laminado-hormigón, y al conectarse éstas, se forma una fisura a lo largo de la misma que finalmente conduce al desprendimiento del refuerzo. Este desprendimiento se suele iniciar en las zonas más sollicitadas de la pieza y se transmite de forma brusca y repentina hacia el extremo del laminado.

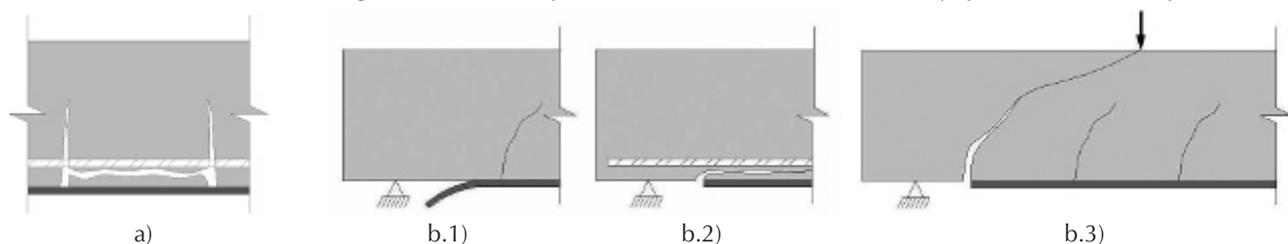
El desprendimiento del extremo del laminado se debe a la concentración de tensiones generadas por la discontinuidad producida por la presencia del refuerzo, y depende básicamente de la longitud y rigidez del mismo. En función de las características de la viga y del refuerzo, la fisura se propaga bien a lo largo de la interfase más cercana al laminado arrancando una fina capa del hormigón del recubrimiento, bien a lo largo de la armadura pasiva traccionada (*con-*

*crete cover delamination*), o bien formando una fisura de cortante desde el extremo del laminado (*plate end shear failure*) (Figura 1). Este modo de rotura no debe aparecer si el laminado se encuentra suficientemente anclado extendiéndose hacia la zona de apoyos o mediante la aplicación de sistemas mecánicos.

El dimensionamiento del laminado FRP como refuerzo a flexión se debe realizar teniendo en cuenta el posible desprendimiento prematuro del mismo. Desde las aplicaciones más incipientes de este tipo de refuerzo, se empezaron a desarrollar modelos y formulaciones teóricas para describir los modos de rotura prematuros observados experimentalmente. En un inicio, estos modelos estaban más focalizados en el fallo cuyo origen se encuentra en el extremo del laminado.

Los primeros modelos desarrollados para predecir el desprendimiento del laminado debido a fisuras intermedias de flexión y cortante se basaron en ajustes experimentales extrapolados a partir de ensayos de corte puro (12). Sin embargo, el avance en el estudio de este modo de rotura prematuro ha mostrado que dicho fallo se puede explicar mediante mecánica de fractura no lineal (MFNL) –Niedermeier (13), Matthys (14), Wu y Niu (15), Teng *et al.* (16), Lu (17), Ye *et al.* (18), Said y Wu (19)–. Algunos de estos modelos han sido recogidos por las normativas o recomendaciones existentes: la aproximación 2 del Fib Bulletin 14 (20) se basa en el modelo de Niedermeier (13) y la aproximación 3 en el modelo de Matthys (14); las recomendaciones de la *Japan Society of Civil Engineers* (JSCE) (21) se basan en el modelo de Wu y Niu (16); y las recomendaciones chinas, en desarrollo, se basan en Ye *et al.* (18).

En este artículo se realiza un estudio comparativo de los diferentes modelos existentes para predecir el desprendimiento prematuro del refuerzo generado por la presencia de fisuras intermedias, puesto que es el fallo más habitual observado experimentalmente. Este análisis se realiza mediante una base de datos recopilada por los autores de ensayos a flexión de vigas de hormigón armado reforzadas con laminados FRP y que fallan de forma prematura.



Los modelos basados en la mecánica de fractura no lineal, principalmente, se traducen en una limitación de la deformación o tensión máxima del laminado, o del incremento de tensiones en el refuerzo entre dos fisuras. Algunos modelos, (14) y (19), se basan en la definición de unas condiciones para los esfuerzos actuantes más intuitivas desde el punto de vista de proyecto. En este artículo, se presenta un método de dimensionamiento del refuerzo basado en la definición de un diagrama de interacción cortante-momento flector asociado a su desprendimiento prematuro. Este diagrama de interacción es una simplificación del descrito en Oller *et al.* (22) y viene definido a partir de la fuerza máxima rasante transmitida entre hormigón y laminado en un elemento entre dos fisuras adyacentes. Posteriormente, se analiza el comportamiento de esta propuesta comparándola con los modelos existentes con el fin de contrastar su validez.

## 2. DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS DE ENSAYOS A FLEXIÓN DE VIGAS REFORZADAS EXTERNAMENTE CON LAMINADOS FRP

Con el fin de evaluar la fiabilidad de las diferentes formulaciones relativas al desprendimiento prematuro del laminado, se ha elaborado una extensa base de datos de 840 ensayos a flexión de vigas de hormigón armado reforzadas con laminados FRP, de los cuales 124 ensayos corresponden a vigas de control sin refuerzo. Se han seleccionado 372 vigas que se encuentran suficientemente documentadas para la aplicación de todas las formulaciones y que fallan por desprendimiento prematuro del refuerzo. Las vigas incluidas en la base de datos son vigas convencionales de hormigón armado de sección rectangular, reforzadas externamente mediante la adhesión de laminados FRP, ensayadas en una configuración biapoyada.

La gran mayoría de vigas analizadas fueron reforzadas con laminados de fibra de carbono (CFRP) (88,7%). Los laminados de fibra de vidrio (GFRP) y de aramida (AFRP) representaron el 4,9% y 5,4% de los laminados respectivamente. El porcentaje restante corresponde a laminados híbridos (0,5%) o laminados en los que no se detalla el tipo de fibra (0,5%).

En relación al punto de inicio del desprendimiento prematuro del laminado de las 372 vigas seleccionadas, en 241 ensayos (64,8%) parece ser que éste se inicia cerca del punto de aplicación de la carga. En los 131 ensayos restantes (35,2%), el fallo se inició en el extremo del refuerzo. En 37 de estos 131 ensayos se indica que se produjo una fisura que se inició en el extremo

del laminado y se propagó a la altura de la armadura pasiva, desprendiéndose todo el recubrimiento. En 20 de los 131 ensayos se indica que se produjo una fisura de cortante que se inició en el extremo del laminado. En los 74 ensayos restantes que fallaron en el extremo del laminado no se dan más detalles de cómo se produjo la rotura.

En la Tabla 1 se resumen algunos datos relativos a geometría, propiedades de los materiales y configuración de carga de los 372 ensayos analizados.

Tabla 1. Resumen de la base de datos de ensayos a flexión reforzados con laminados FRP.

Parámetro	Mínimo	Media	Máximo	Mediana	Desviación estándar	Coefficiente de variación
Canto total (mm)	80	247	800	229	116	0,468
Luz (mm)	812	2490	7200	2150	1160	0,466
$\rho_s = A_s/bd$ (%)	0,14	0,95	3,97	0,85	0,54	0,568
$\rho_t = A_t/bd$ (%)	0,09	0,37	3,79	0,24	0,44	1,152
$\rho_t/\rho_s$	0,007	0,463	5,571	0,286	0,583	1,260
$f_{cm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	18,0	39,5	63,0	39,5	9,76	0,247
$E_t$ (GPa)	11,70	139,31	375,00	150,00	66,35	0,476
Vano de cortante /luz	0,24	0,38	0,50	0,36	0,06	0,168

En la Tabla 1 se observa que:

1. En relación a la escala de las vigas ensayadas, la luz media es de 2,49 m y más del 80% de los ensayos tenían una luz inferior a 3,0 m.
2. El cociente entre la cuantía de refuerzo con FRP y la cuantía de armadura pasiva traccionada tiene un valor medio de 0,463, menor a 1,0. En el 90,7% de los ensayos, el área de refuerzo exterior es menor que el área de armadura pasiva.
3. En relación a las propiedades del hormigón el 17% de los ensayos eran de hormigón de alta resistencia ( $f_{ck} > 50$  N/mm<sup>2</sup>) pero con una resistencia a compresión media menor de 63,0 N/mm<sup>2</sup>.
4. El valor medio del módulo de elasticidad del laminado es 139,31 GPa. Los valores relativos al modulo de elasticidad corresponden a 238 de los 372 ensayos analizados. En los 134 ensayos restantes, el laminado se ha fabricado mediante la técnica *wet lay up* y no se ha realizado un ensayo a tracción del laminado para obtener sus propiedades o no se proporcionan suficientes datos del adhesivo o del volumen de fibras como para aplicar la regla de mezclas y obtener las propiedades del adhesivo. Para estos casos, y de acuerdo con el Fib Bulletin 14 (20), se emplean las propiedades mecánicas de las fibras y el espesor de las mismas, en lugar de las propiedades del laminado y de su espesor total considerando el adhesivo.
5. La relación entre la luz de cortante y la luz total tiene un valor medio de 0,38, con un valor mínimo de 0,24 y un valor máximo de 0,50 correspondiente al caso de carga puntual simétrica (52 de 372 ensayos).

2. Incremento máximo de tracción permitido entre dos fisuras (13).

### 3. ANÁLISIS COMPARATIVO DE FORMULACIONES EXISTENTES PARA EVITAR EL DESPRENDIMIENTO PREMATURO DEL LAMINADO

En este apartado se realiza un estudio comparativo de diferentes formulaciones existentes para predecir el desprendimiento del laminado debido a fisuras intermedias de flexión y/o cortante. Estas formulaciones se basan bien en limitar la deformación máxima del laminado –Teng *et al.* (16), Lu (17), CNR-DT200/2004 (23), ACI 440.2R-08 (24), López (25)– o la tensión máxima del mismo –CNR-DT 200/2004 (23), JSCE (21)-Wu y Niu (15)–, o el incremento de tracción del laminado entre dos fisuras consecutivas (Fib Bulletin 14 (20)–Niedermeier (13), JSCE (21)– Wu y Niu (15)–, o bien el esfuerzo cortante o la tensión rasante –Fib Bulletin 14 (20)-Matthys (14)– o momento flector –Said y Wu (19)– en la sección más desfavorable.

#### 3.1. Formulaciones analizadas para evitar el desprendimiento prematuro del refuerzo

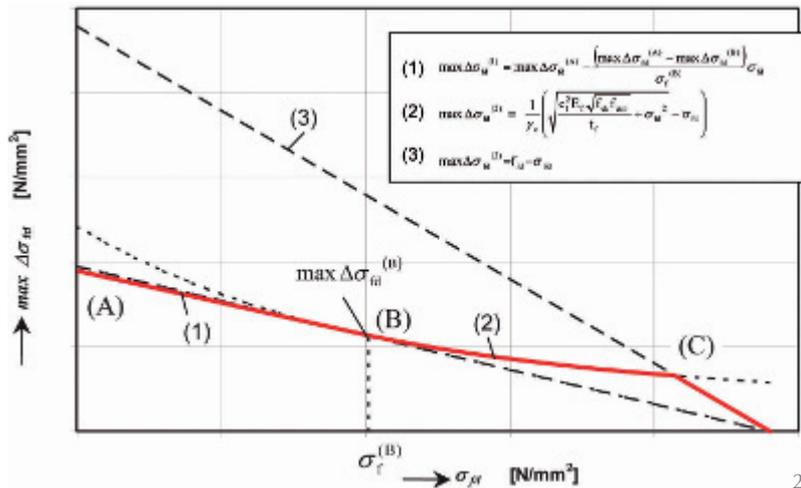
##### 3.1.1. Fib Bulletin 14 (20)-Niedermeier (13)

El Fib Bulletin 14 (20) recoge la propuesta de Niedermeier (13) que consiste en limitar el incremento de tracción en el refuerzo entre dos fisuras contiguas a un valor  $\Delta\sigma_{Lmax}$  que se define de acuerdo con la Figura 2 (donde el subíndice *f* se corresponde con el subíndice *L* de las ecuaciones) y las ecuaciones [1] [2] [3].

$$[1] \quad \max\Delta\sigma_L^{(1)} = \max\Delta\sigma_L^{(A)} - \frac{\sigma_{Ld}}{\sigma_L^{(B)}} (\max\Delta\sigma_L^{(A)} - \max\Delta\sigma_L^{(B)})$$

$$[2] \quad \max\Delta\sigma_L^{(2)} = \frac{1}{\gamma_c} \left[ \sqrt{\frac{c_1^2 E_L \sqrt{f_{ck} f_{ctm}}}{t_L} + \sigma_{Ld}^2} - \sigma_{Ld} \right]$$

$$[3] \quad \max\Delta\sigma_L^{(3)} = f_{Lk} - \sigma_{Ld}$$



siendo:

$$[4] \quad \max\Delta\sigma_L^{(A)} = \frac{c_1}{\gamma_c} \sqrt{\frac{E_L \sqrt{f_{ck} f_{ctm}}}{t_L}}$$

$$[5] \quad \max\Delta\sigma_L^{(B)} = \frac{1}{\gamma_c} \left[ \sqrt{\frac{c_1^2 E_L \sqrt{f_{ck} f_{ctm}}}{t_L} + (\sigma_L^{(B)})^2} - \sigma_L^{(B)} \right]$$

$$[6] \quad \sigma_L^{(B)} = \frac{c_3 E_L}{s_{cr}} - \frac{c_4 s_{cr}}{4 t_L} \sqrt{f_{ck} f_{ctm}}$$

donde  $\sigma_{Ld}$  es la tensión de tracción en el laminado en la fisura menos solicitada;  $E_L$  es el módulo de elasticidad del laminado;  $t_L$  es el espesor del mismo;  $f_{ck}$  y  $f_{ctm}$  son las resistencias características a compresión y media a tracción del hormigón, respectivamente;  $\gamma_c$  es el coeficiente de minoración del hormigón;  $s_{cr}$  es la separación media entre fisuras y los valores de las constantes son  $c_1 = 0,23$ ,  $c_3 = 0,185$ ,  $c_4 = 0,285$ .

##### 3.1.2. Fib Bulletin 14 (20)-Matthys (14)

Este modelo limita la tensión rasante en la sección más desfavorable a un cierto valor  $\tau_R$  que depende de la resistencia a tracción característica del hormigón,  $f_{ctk}$  [7] [8] [9].

$$[7] \quad \text{Si } \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \rightarrow \frac{V_d}{0,95 d b_L \left[ 1 + \frac{A_s E_s}{A_L E_L} \right]} \leq \tau_R$$

$$[8] \quad \text{Si } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \rightarrow \frac{V_d}{0,95 d b_L} \leq \tau_R$$

$$[9] \quad \tau_R = \frac{1,8 f_{ctk}}{\gamma_c}$$

donde  $\varepsilon_s$  es la deformación en la armadura longitudinal traccionada en la sección más solicitada,  $\varepsilon_{yd}$  es la deformación asociada a la plastificación de la armadura,  $V_d$  es el cortante de cálculo,  $d$  es el canto útil,  $A_s$  y  $A_L$  son las áreas de armadura pasiva traccionada y de laminado respectivamente, y  $E_s$  es el módulo de elasticidad del acero.

##### 3.1.3. CNR-DT200/2004 (23)

Para evitar el desprendimiento prematuro por fisuras a flexión, la recomendación italiana CNR-DT200/2004 (23) sugiere limitar la tensión máxima en el FRP a un valor inferior a  $\sigma_R$  [10].

$$[10] \quad \sigma_R = \frac{k_{cr}}{\gamma_L \sqrt{\gamma_c}} \sqrt{\frac{2 E_L G_F}{t_L}}$$

donde  $k_{cr}=3$ ;  $\gamma_L$  es el coeficiente de minoración del laminado y  $G_F$  es la energía de fractura definida según ecuación [11].

$$[11] \quad G_F = 0,03 k_b \sqrt{f_{ck} f_{cm}}$$

$$[12] \quad k_b = \sqrt{\frac{2 - (b_L/b)}{1 + (b_L/400)}} \geq 1 \quad \text{con } b_L/b \geq 0,33$$

siendo  $f_{cm}$  la resistencia media a compresión del hormigón y  $b$  el ancho de la sección.

### 3.1.4. ACI440.2R-08 (24)

La recomendación del *American Concrete Institute* limita la deformación en el FRP,  $\varepsilon_R$ , a un valor inferior a  $\varepsilon_{Ru}$ , dado por la ecuación [13].

$$[13] \quad \varepsilon_R = 0,41 \sqrt{\frac{f_{cm}}{E_L t_L}} \leq 0,9 \varepsilon_{Lu}$$

siendo  $\varepsilon_{Lu}$  la deformación última del laminado.

### 3.1.5. JSCE (21)-Wu y Niu (15)

Basándose en Wu y Niu (15), las recomendaciones japonesas JSCE (21) plantean la restricción de la tensión en la fisura más solicitada a un valor inferior a  $\sigma_R$  dado por la ecuación [14].

$$[14] \quad \sigma_R = \sqrt{\frac{2 G_F E_L}{t_L}}$$

Asimismo, se sugiere limitar el incremento de tensión a lo largo de una distancia  $D_L$  a un valor menor que  $\Delta\sigma_R$  según ecuación [15].

$$[15] \quad \Delta\sigma_R = \sqrt{\frac{2 G_F E_L}{t_L}}$$

donde la energía de fractura  $G_F$  y la distancia  $D_L$  se definen de acuerdo con Wu y Niu (26).

$$[16] \quad G_F = 0,644 f_{cm}^{0,19}$$

$$[17] \quad D_L = \max \{D_e, D_y\}$$

$$[18] \quad D_e = 1,3 \sqrt{\frac{E_L t_L}{f_{cm}^{0,095}}}$$

siendo  $D_e$  la longitud de transferencia y  $D_y$  la distancia entre la sección crítica y la última sección de la zona plastificada, que se debe calcular iterativamente.

### 3.1.6. Teng et al. (16)

Teng et al. (16) sugieren un límite en la deformación del laminado para evitar su desprendimiento prematuro, basado en una simplificación del modelo empírico de Chen y Teng (27).

$$[19] \quad \text{Si } l_L \geq \sqrt{\frac{E_L t_L}{f_{cm}}} \rightarrow \varepsilon_R = 0,48 k_b \sqrt{\frac{f_{cm}}{E_L t_L}}$$

$$[20] \quad \text{Si } l_L < \sqrt{\frac{E_L t_L}{f_{cm}}} \rightarrow \varepsilon_R = 0,48 \sin \left( \frac{\pi l_L}{2 \left( \sqrt{\frac{E_L t_L}{f_{cm}}} \right)} \right) k_b \sqrt{\frac{f_{cm}}{E_L t_L}}$$

$$[21] \quad k_b = \sqrt{\frac{2,0 - (b_L/b)}{1,0 + (b_L/b)}}$$

donde  $l_L$  es la distancia entre el extremo del laminado y las secciones críticas en estudio (máximo momento flector, o secciones de cambio de armadura pasiva o refuerzo con FRP).

### 3.1.7. Lu (17)

Lu (17) propone un límite en la deformación efectiva del laminado,  $\varepsilon_R$ , según la ecuación [22].

$$[22] \quad \varepsilon_R = 1,5 k_b f_t \left( \frac{0,492}{\sqrt{E_L t_L}} - \frac{0,086}{D_c} \right)$$

donde  $D_c$  es la distancia entre la sección crítica y el extremo del laminado, y  $K_b$  y  $f_t$  se definen por las ecuaciones [23] y [24] respectivamente.

$$[23] \quad k_b = \sqrt{\frac{2,25 - (b_L/b)}{1,25 + (b_L/b)}}$$

$$[24] \quad f_t = 0,53 \sqrt{f_{cm}}$$

### 3.1.8. Ye et al. (18)

La formulación presentada por Ye et al. (18) se encuentra recogida en el borrador de las recomendaciones chinas, todavía en redacción. Se basa en obtener el momento último por equilibrio seccional, suponiendo que cuando ocurre el desprendimiento prematuro del refuerzo, el hormigón no ha alcanzado su deformación última, por lo tanto al aplicar equilibrio en rotura se afecta al bloque de compresiones de un factor reductor  $\omega$ . La tensión en el laminado,  $\sigma_L$ , se obtiene de la ecuación [25], a partir del mínimo entre la tensión última del laminado,  $f_{Lu}$ ; la tensión asociada a la deformación del laminado,  $\varepsilon_{Lem1}$  correspondiente al supuesto que la deformación del hormigón en la fibra más comprimida fuese la deformación última; y la tensión del laminado a partir de la deformación asociada al *IC debonding*,  $\varepsilon_{Lem2}$ .

$$[25] \quad \sigma_L = \min(f_{Lu}, E_L \varepsilon_{Lem1}, E_L \varepsilon_{Lem2})$$

$$[26] \quad \varepsilon_{Lem2} = \mu \left( \frac{1}{\sqrt{E_L t_L}} - \frac{0,2}{L_d} \right) k_b f_{ctm}$$

donde  $\mu$  adopta el valor 1,0 para un caso cualquiera excepto si presenta anclajes en U donde su valor es 1,3;  $L_d$  es la distancia entre el extremo del laminado y la sección donde el FRP se encuentra más solicitado; y  $k_b$  es un factor de forma dado por la ecuación [23].

### 3.1.9. Said y Wu (19)

Said y Wu (19) proponen un límite de la deformación del laminado a partir del cual, y suponiendo que el desprendimiento del laminado suele ocurrir una vez ha plastificado la armadura, deducen un momento último resistente asociado al fallo prematuro debido a las fisuras intermedias.

$$[27] \quad M_R = A_s f_{ym} z_s + 0,23 b_L f_{cm}^{0,2} (E_L t_L)^{0,65} (z_s + z_{s-L})$$

donde  $f_{ym}$  es el límite elástico del acero pasivo;  $z_s$  es el brazo mecánico de la armadura pasiva, y  $z_{s-L}$  es la distancia entre la armadura pasiva traccionada y el laminado.

3.1.9. López (25)

López (25) propone limitar la deformación en la zona de momento máximo en función de la relación  $L/d$ , donde  $L$  es la luz de cortante medida desde el apoyo hasta el punto de aplicación de la carga.

$$[28] \text{ Si } \frac{L}{d} \leq 6 \rightarrow \varepsilon_R = 0,57 \sqrt{\frac{\sqrt{f_{ck}}}{(E_L A_L)^{2/3}}} \leq 0,9 \varepsilon_{Lu}$$

$$[29] \text{ Si } \frac{L}{d} > 6 \rightarrow \varepsilon_R = 11 \sqrt{\frac{(f_{ck})^{2/3}}{E_L A_L}} \leq 0,9 \varepsilon_{Lu}$$

3.2. Análisis comparativo de las formulaciones existentes

La Tabla 2 recoge los parámetros del análisis comparativo de las formulaciones existentes para evitar el desprendimiento prematuro del laminado debido al efecto de fisuras intermedias. Estos parámetros son: el mínimo (columna 4), la media (columna 5), el máximo (columna 6), la mediana (columna 7), la desviación estándar (columna 8), el coeficiente de variación (COV) (columna 9), el percentil 1% ( $X_{exp}/X_{pred}1\%$ ) (columna 10) y el percentil 99% ( $X_{exp}/X_{pred}99\%$ ) (columna 11) del cociente entre valor experimental y predicción teórica descrito en la columna 3 que se ha calculado para cada modelo descritos en el apartado 3.1.

Si el valor medio del cociente entre el valor experimental y el teórico es mayor que 1,0, el modelo teórico asociado es conservador y subestima la capacidad resistente de la sección reforzada. El modelo que mejor se comporta debe tener un valor medio mayor pero cercano a 1,0 y un bajo coeficiente de variación. Valores cercanos entre media y mediana indican la homogeneidad de la muestra.

Según los resultados recogidos en la tabla 2, los modelos de Ye *et al.* (18) y Said y Wu (19) son los que se comportan mejor

estadísticamente con un valor medio cercano a la unidad, y un bajo coeficiente de variación comparado con el resto de modelos, algunos de los cuales con valor medio parecido pero coeficientes de variación más altos –CNR-DT200/2004 (23), JSCE (21), ACI440.2R-08 (24), Lu (17)–.

La tendencia observada en este análisis se confirma al aplicar la Clasificación por Puntos de Demérito propuesta por Collins (28). Esta clasificación se basa en asignar una puntuación llamada “Punto de demérito” para cada rango de valores  $X_{exp}/X_{pred}$ . Collins (28) define seis rangos asociados a diferentes niveles de seguridad que se penalizan en mayor o menor medida en función de si la predicción es muy insegura o demasiado conservadora. Al rango correspondiente a un nivel de seguridad apropiado, con coeficientes del parámetro en estudio entre 0,85 y 1,30, se le asigna una puntuación nula que no penaliza al modelo. Después de calcular el porcentaje de ensayos incluidos en cada rango se calcula la puntuación total para cada modelo. Esta puntuación se obtiene sumando los porcentajes asociados a cada rango que han sido previamente multiplicados por el punto de demérito asociado. Cuanto menor sea la puntuación total, mejor se comporta el modelo.

Tal y como se observa en la Tabla 3, los modelos con menor puntuación son los de Ye *et al.* (18) con 69 puntos de demérito y Said y Wu (19) con 87 puntos. En relación a las recomendaciones existentes, la JSCE (22) es la que obtiene mejor puntuación seguida del código ACI-440-2R.08 (24). La propuesta del Fib Bulletin 14 (20) basada en Niedermeier (13) es demasiado conservadora, y la basada en Matthyis (14) presenta un porcentaje de ensayos considerable en los rangos de baja seguridad. En la Figura 3 se puede observar el porcentaje de ensayos en cada rango para los diferentes modelos analizados.

Tabla 2. Ratio entre los valores últimos experimentales y los valores teóricos.

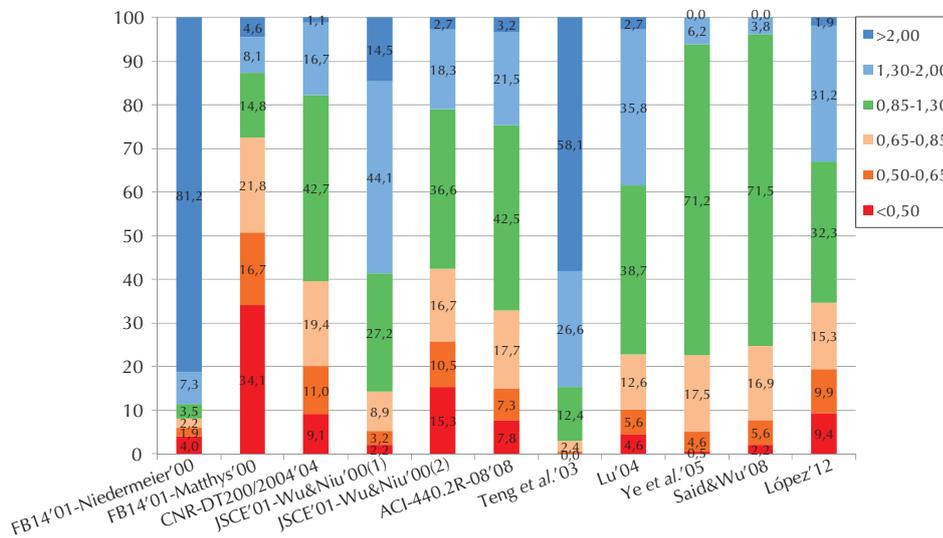
Modelo	Ratio	#	Min	Media	Max	Mediana	Desv Est	COV	$(X_{exp}/X_{pred})1\%$	$(X_{exp}/X_{pred})99\%$
Fib Bulletin 14 (20) -Niedermeier (13)	$\Delta\sigma_{exp}/\Delta\sigma_{pred}$	372	0,22	5,53	34,74	4,71	4,33	0,78	-1,39	17,83
Fib Bulletin 14 (20) -Matthyis (14)	$\tau_{exp}/\tau_{pred}$	372	0,02	0,81	10,36	0,64	0,84	1,05	0,00	1,75
CNR-DT200/2004 (23)	$\sigma_{exp}/\sigma_{pred}$	372	0,27	0,98	2,30	0,96	0,37	0,38	0,19	1,92
JSCE (21)-Wu y Niu (15) (1)	$\sigma_{exp}/\sigma_{pred}$	372	0,39	1,43	3,34	1,42	0,53	0,37	0,28	2,74
JSCE (21)-Wu y Niu (15) (2)	$\Delta\sigma_{exp}/\Delta\sigma_{pred}$	372	0,11	0,97	3,27	0,96	0,48	0,49	-0,02	2,18
ACI-440.2R-08 (24)	$\varepsilon_{exp}/\varepsilon_{pred}$	372	0,27	1,10	8,42	1,03	0,63	0,57	0,20	2,93
Teng <i>et al.</i> (16)	$\varepsilon_{exp}/\varepsilon_{pred}$	372	0,58	2,20	4,74	2,18	0,79	0,36	0,41	4,11
Lu (17)	$\varepsilon_{exp}/\varepsilon_{pred}$	372	0,29	1,17	2,51	1,13	0,42	0,35	0,28	2,22
Ye <i>et al.</i> (18)	$M_{exp}/M_{pred}$	372	0,33	0,97	1,83	0,97	0,20	0,21	0,45	1,35
Said y Wu (19)	$M_{exp}/M_{pred}$	372	0,37	0,95	1,69	0,98	0,19	0,20	0,47	1,37
López (25)	$\varepsilon_{exp}/\varepsilon_{pred}$	372	0,14	1,11	8,42	1,08	0,63	0,56	0,56	1,47

Tabla 3. Clasificación de puntos de demérito.

Modelo	Ratio	<0,50	0,50-0,65	0,65-0,85	0,85-1,30	1,30-2,00	>2,00	Total
Clasificación (*)		E.P.	P.	L.S.	S.A.	C.	E.C.	
Puntos de demérito		10	5	2	0	1	2	
Fib Bulletin 14 (20) -Niedermeier (13)	$\Delta\sigma_{exp}/\Delta\sigma_{pred}$	4,03	1,88	2,15	3,49	7,26	81,18	224
Fib Bulletin 14 (20) -Matthys (14)	$\tau_{exp}/\tau_{pred}$	34,14	16,67	21,77	14,78	8,06	4,57	485
CNR-DT200/2004 (23)	$\sigma_{exp}/\sigma_{pred}$	9,14	11,02	19,35	42,74	16,67	1,08	204
JSCE (21)-Wu y Niu (15) (1)	$\sigma_{exp}/\sigma_{pred}$	2,15	3,23	8,87	27,15	44,09	14,52	128
JSCE (21)-Wu y Niu (15) (2)	$\Delta\sigma_{exp}/\Delta\sigma_{pred}$	15,32	10,48	16,67	36,56	18,28	2,69	263
ACI-440.2R-08 (24)	$\epsilon_{exp}/\epsilon_{pred}$	7,80	7,26	17,74	42,47	21,51	3,23	178
Teng et al. (16)	$\epsilon_{exp}/\epsilon_{pred}$	0,00	0,54	2,42	12,37	26,61	58,06	150
Lu (17)	$\epsilon_{exp}/\epsilon_{pred}$	4,57	5,65	12,63	38,71	35,75	2,69	140
Ye et al. (18)	$M_{exp}/M_{pred}$	0,54	4,57	17,47	71,24	6,18	0,00	69
Said y Wu (19)	$M_{exp}/M_{pred}$	2,15	5,65	16,94	71,51	3,76	0,00	87
López (25)	$\epsilon_{exp}/\epsilon_{pred}$	9,41	9,95	15,32	32,26	31,18	1,88	209

3. Porcentaje de ensayos en cada rango asociado a la clasificación de puntos de demérito.

4. Relación constitutiva bilineal de la interfase hormigón-laminado.



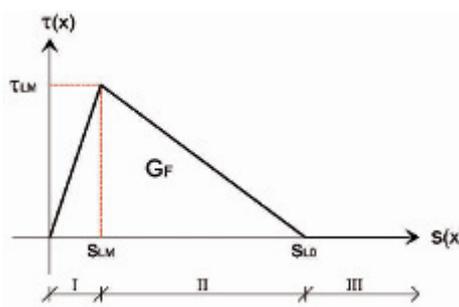
3

#### 4. MÉTODO DE DIMENSIONAMIENTO DEL REFUERZO A FLEXIÓN MEDIANTE LAMINADOS FRP EVITANDO SU DESPRENDIMIENTO PREMATURO

En este apartado se presenta un método de dimensionamiento del refuerzo a flexión que evita el desprendimiento prematuro del laminado y que resulta fácilmente aplicable en la práctica habitual de proyecto.

##### 4.1. Bases del método de dimensionamiento del refuerzo a flexión con laminados FRP

El proceso de desprendimiento del laminado se puede analizar mediante la teoría de mecánica de fractura no lineal, suponiendo que la relación constitutiva de la interfase es bilineal (Figura 4). Esta relación bilineal depende principalmente de la tensión tangencial máxima transmitida a lo largo de la interfase,  $\tau_{LM}$  y de la energía de fractura,  $G_F$ , que es el área encerrada bajo la curva tensión tangencial-deslizamiento.



4

La tensión tangencial máxima,  $\tau_{LM}$ , se puede deducir del criterio de rotura de Mohr-Coulomb.

$$[30] \quad \tau_{LM} = C_{\tau LM} (1/f_{ctm} + 1/f_{cm})^{-1}$$

donde  $C_{\tau LM}$  es una constante que depende de la relación entre ancho del laminado y ancho de la sección, con un valor medio de 0,89, y una desviación estándar de 0,25.

La energía de fractura  $G_F$  se puede definir como la energía por unidad de área necesaria para separar el laminado del soporte y

5. Equilibrio seccional en un elemento entre fisuras.

se puede aproximar mediante la siguiente expresión.

$$[31] \quad G_F = C_F f_{ctm}$$

donde  $C_F$  es una constante con un valor medio de 0,31 y una desviación estándar de 0,25.

En Oller (29) (30) se puede encontrar una descripción más detallada de la formulación de las constantes  $C_{iLM}$  y  $C_F$ .

El análisis del proceso de desprendimiento del refuerzo en un elemento entre dos fisuras y en un elemento en el extremo del laminado permite obtener la fuerza máxima rasante entre hormigón y laminado según la ecuación [32].

$$[32] \quad \Delta P_{max,scr} = \frac{(1 - v)}{(1 - v \cos(\frac{\pi L_b}{2 L_{lim}}))} P_{max,L=L_b}$$

donde  $v$  es el cociente entre las tensiones de tracción en el laminado en la fisura con menor y mayor sollicitación denominadas respectivamente,  $\sigma_{L,I}$  y  $\sigma_{L,J}$ ;  $L_b$  es la longitud de laminado adherida calculada como el menor valor entre la separación entre fisuras,  $s_{cr}$ , y el límite,  $s_{cr,lim}$ , dado por la ecuación [34];  $L_{lim}$  es la longitud efectiva de adherencia en un elemento equivalente sometido a corte puro, es decir, la longitud a partir de la cual la fuerza transmitida no aumenta, definida según ecuación [35] y  $P_{max,L=L_b}$  es la fuerza máxima transmitida en un elemento equivalente sometido a corte puro con una longitud de laminado  $L_b$ , dada por la ecuación [36].

$$[33] \quad v = \frac{\sigma_{L,I}}{\sigma_{L,J}}$$

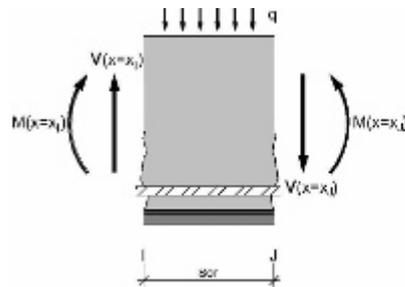
$$[34] \quad s_{cr,lim} = 0,637 L_{lim} \arccos(v)$$

$$[35] \quad L_{lim} = \frac{\pi \sqrt{2 G_F E_L t_L}}{\tau_{LM}}$$

$$[36] \quad P_{max,L_b} = P_0 \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi L_b}{2 L_{lim}}\right) & L_b \leq L_{lim} \\ 1 & L_b > L_{lim} \end{cases}$$

$$[37] \quad P_0 = b_L \sqrt{2 G_F E_L t_L}$$

La ecuación [32] se puede aplicar también al caso del extremo del laminado para obtener la fuerza máxima rasante,  $\Delta P_{max,L_b,ext}$ , considerando como separación entre fisuras,  $s_{cr}$ , la distancia entre el extremo del laminado y la fisura más cercana ( $L_{b,ext}$ ), y tomando  $v = 0$  ( $\sigma_{L,I} = 0$ ).



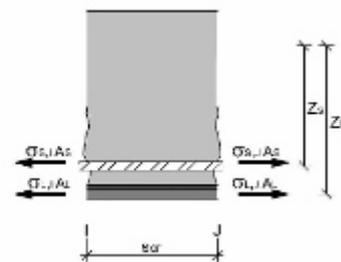
Aplicando equilibrio en un elemento entre dos fisuras adyacentes y equilibrio a nivel seccional (Figura 5), se puede expresar el esfuerzo cortante actuante en la fisura más solicitada (fisura J) en función del incremento de tracción en el laminado y en la armadura pasiva entre las dos fisuras. Puesto que el incremento de tracción en el laminado tiene un límite superior dado por la ecuación [32], se puede deducir que el esfuerzo cortante en la fisura más solicitada también tendrá una cota superior dada por la ecuación [38].

$$[38] \quad V_{J,max} = \frac{(\Delta P_{max,scr} z_L + \Delta \sigma_{s,scr} A_s z_s)}{s_{cr}} - q \frac{s_{cr}}{2}$$

donde  $\Delta \sigma_{s,scr}$  es el incremento de tracción en la armadura entre fisuras adyacentes,  $q$  es la carga uniformemente repartida actuante,  $z_L$  y  $z_s$  son los brazos mecánicos del laminado y de la armadura pasiva, respectivamente.

Por lo tanto, a partir de la ecuación [38] se puede obtener el cortante máximo asociado al desprendimiento prematuro del laminado para cualquier momento flector actuando en la fisura más solicitada, lo que permite obtener un diagrama de interacción cortante-momento flector. Según lo descrito en Oller (29), este diagrama de interacción se puede simplificar mediante una función multilínea, con un error despreciable. Tal y como se describe en Oller et al. (22), este diagrama multilínea cortante (abcisas)-momento flector (ordenadas) consta de tres ramas asociadas a la plastificación de la armadura en las dos secciones de las fisuras adyacentes (I, J).

Del análisis de la base de datos recopilada de ensayos a flexión, se observa como en el 90,3% de los casos (336 de 372 ensayos), el desprendimiento del laminado se produce una vez ha plastificado la armadura. Por lo tanto, el diagrama de interacción cortante-momento flector multilínea descrito en Oller et al. (22) se puede simplificar en mayor medida para facilitar su uso, tal y como se indica en la Figura 5. El diagrama simplificado consta por un lado, de la extrapolación de la rama comprendida entre los puntos asociados a la plastificación de la armadura pasiva en ambas fisuras (I y J) y a la plastificación de la fisura más solicitada (fisura J) (punto 2) y por otro lado, de una



rama vertical de cortante constante igual al cortante asociado a la plastificación de la fisura J. Por lo tanto, la definición del diagrama de interacción se realiza a partir de tres puntos denominados (1), (2) y (3) cuyo cortante y momento flector viene dado por las ecuaciones [39] a [45], tal y como se muestra en la Figura 6.

$$[39] \quad V^{(1)} = 0$$

$$[40] \quad M^{(1)} = M_y + V^* s_{cr} + V^* \frac{V^* s_{cr}}{V^{(2)} - V^*}$$

$$[41] \quad V^{(2)} = \frac{P_{max,l=lb} z_L - (M_y - f_y A_s z_s) \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi L_b}{2L_{lim}} \right) \right]}{s_{cr} \cos \left( \frac{\pi L_b}{2L_{lim}} \right) \left( 1 - \frac{f_y A_s z_s}{M_y} \right)} - q \frac{s_{cr}}{2}$$

$$[42] \quad M^{(2)} = M_y$$

$$[43] \quad s_{cr,lim}^{(2)} = 0.637 L_{lim} \arcsin \left[ \frac{P_0}{(M_y - f_y A_s z_s) z_L} \right]$$

$$[44] \quad V^{(3)} = V^{(2)}$$

$$[45] \quad M^{(3)} = 0$$

siendo:

$$[46] \quad V^* = \frac{1}{s_{cr}} \left\{ P_{max,l=lb} z_L - (M_y - f_y A_s z_s) \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi L_b}{2L_{lim}} \right) \right] \right\} - q \frac{s_{cr}}{2}$$

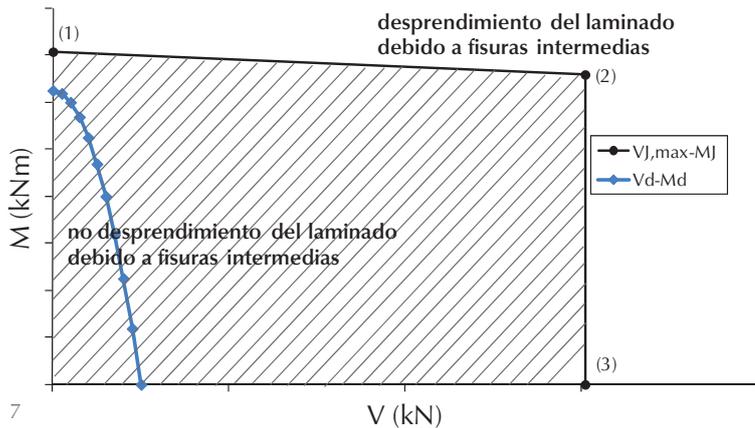
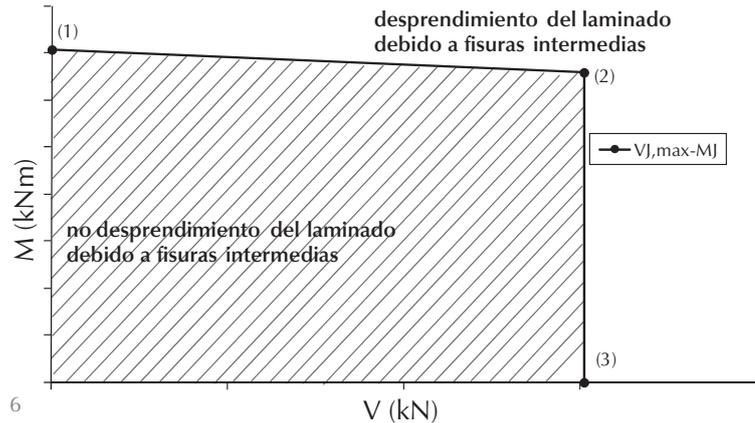
donde  $M_y$  es el momento de plastificación de la sección de hormigón armado con refuerzo FRP, y  $f_y$  es el límite elástico del acero.

Si el par esfuerzo cortante y momento flector de cálculo de cualquier sección se encuentra bajo el diagrama de interacción, el laminado no se desprenderá de forma prematura. Además, para cierta configuración de carga, si la relación cortante-momento flector se conoce para la sección más desfavorable, el diagrama de interacción permite obtener el valor del cortante asociado al desprendimiento del laminado. Por ello, el diagrama de interacción simplificado supone la base del método de dimensionamiento descrito a continuación.

#### 4.2. Método de dimensionamiento del refuerzo a flexión con laminados FRP adheridos externamente

##### 4.2.1. Dimensionamiento del área de laminado FRP ( $A_l$ ) necesaria como refuerzo a flexión

El dimensionamiento del área de laminado necesaria como refuerzo a flexión ( $A_l$ ) se puede realizar siguiendo un proceso similar al de estructuras de hormigón armado convencionales, es decir, aplicando equilibrio y compatibilidad de deformaciones a nivel seccional, considerando el laminado como una armadura pasiva adicional y en este caso, suponiendo una rotura clásica asociada al agotamiento del hormigón a compresión o a la rotura a tracción del laminado.



##### 4.2.2. Verificación del desprendimiento prematuro del laminado a lo largo del vano y en el extremo del laminado

Una vez obtenida el área de laminado necesaria a flexión se debe verificar que el laminado no se desprenderá del soporte. Para evitar que el laminado se desprenda debido al efecto de fisuras intermedias, se puede utilizar el diagrama de interacción simplificado cortante-momento flector descrito en el apartado 3 (Figura 5). Para ello se debe estimar la separación entre fisuras,  $s_{cr}$  y se debe calcular el momento de plastificación de la sección reforzada con el área de laminado obtenida del dimensionamiento a flexión del refuerzo,  $M_y$ . Si la pieza a reforzar se encuentra fisurada antes de la aplicación del refuerzo, la estimación de la separación media entre fisuras se puede realizar utilizando la Instrucción EHE-08 (31). En caso contrario, la separación media entre fisuras se puede calcular teniendo en cuenta la influencia del laminado en la fisuración siguiendo las recomendaciones existentes o la formulación dada por Ceroni y Pecce (32).

Una vez obtenido el diagrama de interacción cortante-momento flector, se verificará si la relación cortante-momento flector de cálculo en todas las secciones ( $V_d(x)$ ,  $M_d(x)$ ) se encuentra bajo el diagrama de interacción (Figura 7).

6. Diagrama de interacción cortante-momento flector asociado al desprendimiento del laminado debido a fisuras intermedias.

7. Comprobación del desprendimiento del laminado debido a fisuras intermedias haciendo uso del diagrama de interacción.

8. Ejemplo de dimensionamiento mediante el diagrama de interacción.

- a) 3 laminados de 50 x 1,2 mm.
- b) 4 laminados de 50 x 1,2 mm.

En tal caso, el área de laminado será suficiente para evitar su desprendimiento prematuro. En caso contrario, se debe incrementar el área de laminado de forma iterativa hasta que se verifique la condición de estar bajo el diagrama de interacción.

El laminado no se desprende en su extremo, si al considerar el elemento entre este punto y la primera fisura de la pieza en la zona reforzada (fisura J), la tracción en el FRP en la fisura J es menor que el valor teórico de la fuerza rasante máxima transmitida de acuerdo con la ecuación [32]. Si no se verifica esta condición, se produce un desprendimiento local que puede llegar a propagarse hacia el centro de la luz de la pieza. Para comprobar si se produce esta propagación, resulta necesario chequear el elemento entre las dos primeras fisuras adyacentes al extremo del laminado (H y J). Si la tracción en el laminado en la fisura más solicitada, H, es menor que el valor de la fuerza máxima transmitida entre ambas fisuras, suponiendo que el laminado se ha desprendido hasta la fisura J, sólo se observará un desprendimiento local del refuerzo. En caso contrario, el desprendimiento del laminado se propagará hacia el centro de la luz. Para evitar este fenómeno, se deberá aumentar el área de laminado hasta que se verifique la condición anterior o bien se deberá colocar un sistema de anclaje mecánico.

**4.2.3. Ejemplo de aplicación del método de dimensionamiento**

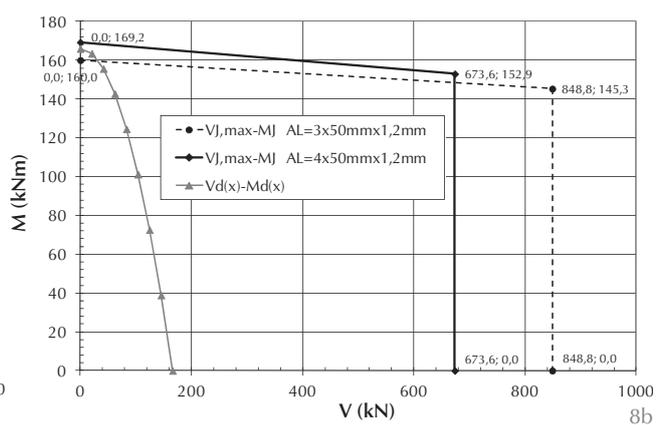
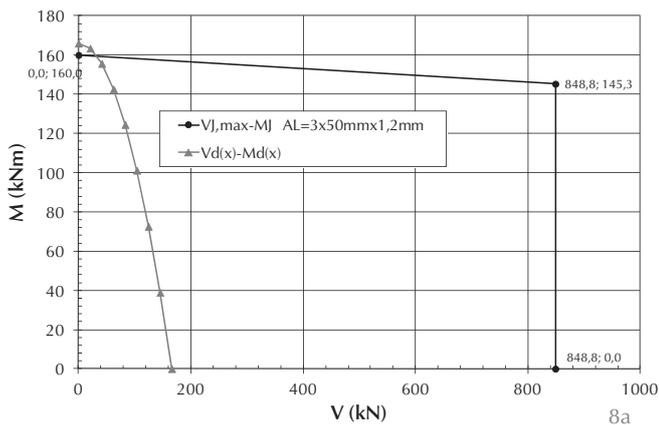
A continuación, se plantea un ejemplo práctico de aplicación del método de dimensionamiento descrito en el apartado anterior. Se considera una viga de hormigón armado de 6,0 m de luz y de sección transversal 250 x 400 mm donde resulta necesario un refuerzo a flexión. La armadura pasiva traccionada consiste en 3φ20. Dadas las acciones actuantes, el refuerzo a flexión necesario está constituido por tres laminados de 50 mm de ancho por 1,2 mm de espesor. En relación a las propiedades de los materiales, se considera un hormi-

gón cuya resistencia característica a 28 días es de 30 N/mm<sup>2</sup> y un acero B500S de límite elástico 500 N/mm<sup>2</sup> y módulo de elasticidad 200.000 N/mm<sup>2</sup>. El laminado presenta una resistencia última de 2100 N/mm<sup>2</sup> y un módulo de elasticidad de 150.000 N/mm<sup>2</sup>.

Se comprueba que el área de laminado necesaria como refuerzo a flexión sea suficiente para que el FRP no se desprenda en ningún punto. Para ello se elabora el diagrama de interacción de la Figura 8a, a partir del área de laminado obtenida como refuerzo a flexión (3x50x1,2mm), la separación entre fisuras calculada según EHE-08 (31) (128 mm) y el momento de plastificación de la sección reforzada (145,3 kNm). Se observa como la relación entre valores de cálculo de cortante-momento flector en las diferentes secciones se encuentra por encima del diagrama de interacción para las secciones más cercanas al centro de la luz. Por ello se aumenta el refuerzo a 4 laminados de 50 x 1,2 mm, se vuelve a calcular el diagrama de interacción (Figura 8b) y en esta ocasión los valores de cálculo se encuentran por debajo del mismo, por lo que ya no se espera un fallo prematuro debido a fisuras intermedias. En relación al fallo en el extremo del laminado, la primera fisura en el laminado se encuentra a 0,14 m del apoyo. La fuerza rasante máxima que se puede transmitir desde la primera fisura al extremo del laminado, que coincide con el apoyo, es de 55,4 kN. De acuerdo con un diagrama momento-curvatura, para el momento de fisuración actuando, la tracción en el FRP en la primera fisura es de 18,1 kN, menor que la fuerza rasante máxima, por lo que no se desengancha el laminado en esta zona.

**5. VERIFICACIÓN DEL MÉTODO PROPUESTO DE DIMENSIONAMIENTO MEDIANTE LA BASE DE DATOS DE ENSAYOS**

Para evaluar el comportamiento del método de dimensionamiento propuesto, éste se ha aplicado a la base de datos descrita en el apartado 2, y se ha analizado el cociente



entre el cortante último experimental y el teórico,  $V_{exp}/V_{pred}$ . Puesto que la configuración de carga de los ensayos consiste en una carga o dos cargas puntuales simétricas, el esfuerzo cortante siempre es constante en el vano de cortante y el momento flector máximo se alcanza en el punto de aplicación de la carga. Puesto que en la mayor parte de ensayos no se proporciona la distribución de fisuras, se considera que el elemento entre fisuras crítico se sitúa de modo que la fisura más solicitada coincide con el punto de aplicación de la carga. El cortante último teórico en la fisura más solicitada se obtiene del diagrama de interacción cortante-momento flector. La intersección de dicho diagrama con la relación cortante-momento flector en dicha sección, es una recta de pendiente la distancia entre el apoyo y el punto de aplicación de la carga. Suponiendo que el cortante teórico obtenido actúa sobre la viga, se verifica el desprendimiento del laminado en el extremo, tal y como se ha explicado en el apartado anterior, el cortante último teórico se debe reajustar en caso en que el desprendimiento del laminado se propague hacia el centro de la luz. Para la elaboración de los diagramas de interacción se ha utilizado la separación entre fisuras definida por (32), puesto que en estos casos el laminado se coloca sin aplicar previamente carga a la viga.

En 334 de los 372 ensayos analizados, el cociente  $V_{exp}/V_{pred}$  es mayor a 1,0, lo que indica que la formulación es conservadora. Se observa que el valor medio de este ratio para la muestra analizada es de 1,30 con una desviación estándar de 0,34 (Tabla 4).

De los 372 ensayos, se observa cómo teóricamente el desprendimiento del laminado es debido a la presencia de fisuras intermedias en 350 ensayos, y en los 22 restantes, el laminado se desprende en el extremo y se propaga hacia la aplicación de la carga. En la Figura 9 se muestra el cociente  $V_{exp}/V_{pred}$  distinguiendo entre el origen teórico del desprendimiento del FRP. Se observa una mayor dispersión para los ensayos que fallan teóricamente en el extremo del laminado.

Según se observa en la Tabla 5, la aplicación de la clasificación de puntos de demérito de Collins (28) muestra que un elevado porcentaje de ensayos (56,72%) se encuentran en el rango entre 0,85 y 1,30 que se corresponde con un nivel de seguridad apropiado. Seguidamente, el rango conservador entre 1,30 y 2,00 presenta un porcentaje de ensayos de 36,29%. Únicamente tres ensayos se encuentran en los rangos de muy baja seguridad.

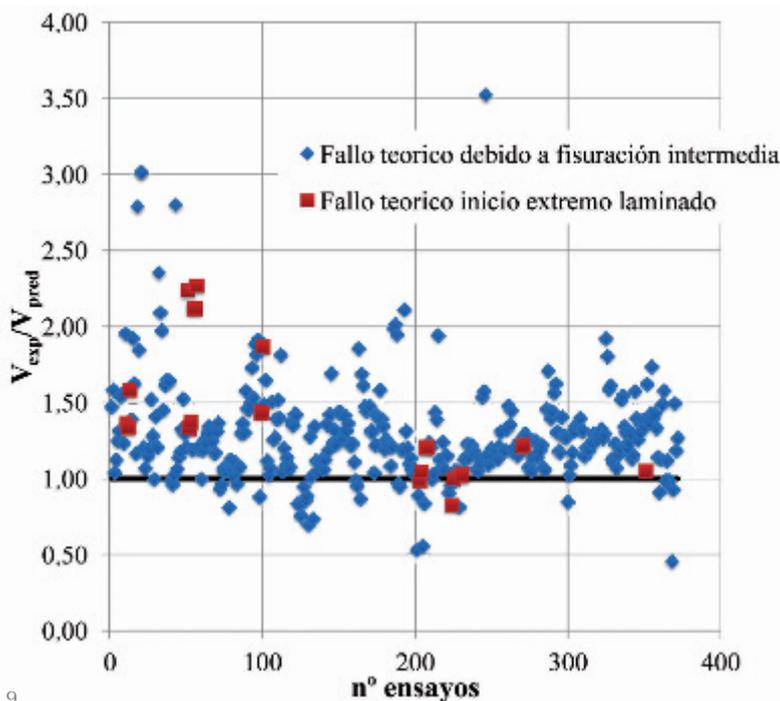
Tabla 4. Ratio entre el cortante ultimo experimental y teórico para el método propuesto.

Modelo	Ratio	#	Min	Media	Max	Mediana	Desv Est	COV	$(X_{exp}/X_{pred})_{1\%}$	$(X_{exp}/X_{pred})_{99\%}$
Propuesta	$V_{exp}/V_{pred}$	372	0,46	1,30	3,53	1,24	0,34	0,26	0,76	2,28

Tabla 5. Clasificación de puntos de demérito para el método propuesto.

Modelo	Ratio	<0,50	0,50-0,65	0,65-0,85	0,85-1,30	1,30-2,00	>2,00	Total
Clasificación (*)		E.P.	P.	S.B.	S.A.	C.	E.C.	
Puntos de demérito		10	5	2	0	1	2	
Propuesta	$V_{exp}/V_{pred}$	0,27	0,54	2,69	56,72	36,29	3,49	54

(\*) E.P.: Extremadamente Peligroso; P.: Peligroso; S.B.: Seguridad Baja; S.A.: Seguridad Apropriad; C.: Conservador; E.C.: Extremadamente Conservador



9

En relación con los modelos descritos en el apartado 3, se observa que la propuesta es la que obtiene un menor número de puntos de demérito, 54, menor que los 69 puntos de Ye *et al.* (18). Sin embargo, el valor medio es más conservador y el coeficiente de variación similar al de Ye *et al.* (18) y Said y Wu (19).

9. Cociente  $V_{exp}/V_{pred}$  para los 372 ensayos de la base de datos analizada.

## 6. CONCLUSIONES

El refuerzo a flexión mediante la adhesión de laminados de polímeros reforzados con fibras presenta como principal desventaja, el desprendimiento prematuro del refuerzo debido a la presencia de fisuras intermedias o a la concentración de tensiones en el extremo del laminado. En este artículo se recoge un estudio comparativo de las diferentes formulaciones existentes para evitar el fallo prematuro debido a fisuras intermedias y se propone un método de dimensionamiento basado en un diagrama de interacción esfuerzo cortante-momento flector. A continuación, se resumen las conclusiones derivadas de este trabajo:

1. Se ha elaborado una base de datos de ensayos a flexión, de la que se han analizado 372 ensayos bien documentados que fallan de forma prematura. En el 65% de los ensayos este fallo es debido al efecto de la fisuración intermedia, y en el 35% restante, el desprendimiento del FRP se inicia en el extremo del laminado.
2. Del análisis comparativo de los modelos existentes, se observa como Ye *et al.* (18) y Said y Wu (19) son los modelos que presentan un mejor comportamiento estadístico, con valores medios cercanos a 1,0 y con los coeficientes de variación más bajos. Este comportamiento se ratifica al aplicar la Clasificación de Puntos de Demérito de Collins (28).
3. La mayor parte de modelos que tratan de evitar el desprendimiento prematuro del laminado debido al efecto de fisuración intermedia se basan en la limitación de la deformación o tensión del laminado o del incremento de tracción entre dos fisuras consecutivas, y son pocos los métodos que limitan los esfuerzos actuantes, procedimiento más intuitivo desde el punto de vista del proyectista. Por ello, se presenta un método de dimensionamiento del refuerzo que evite el desprendimiento del laminado basado en un diagrama de interacción cortante-flector asociado a la fuerza máxima que se puede transmitir entre fisuras consecutivas. La limitación del esfuerzo rasante entre laminado y soporte resulta esencial puesto que el desprendimiento del refuerzo está ligado a la formación de una fisura en la interfase cuando se alcanza el rasante último. Normalmente, este fallo suele ocurrir cuando ha plastificado la armadura en la fisura más solicitada.
4. El método propuesto permite captar el fallo por desprendimiento del laminado iniciado en las regiones más solicitadas por el efecto de la fisuración intermedia (mediante el diagrama interacción cortante-flector) o en el extremo del laminado. En esta última zona, se limita la fuerza rasante máxima transmitida entre el extremo del laminado y la primera fisura que aparece en el mismo.
5. Tras aplicar el método propuesto a la base de datos empleada para contrastar las diferentes formulaciones, se observa como el método desarrollado tiene un valor medio conservador de 1,30, un coeficiente de variación bajo y la menor puntuación de acuerdo con la Clasificación de Puntos de Demérito de Collins (28).

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha desarrollado en el marco de los proyectos de investigación "Evaluación de los efectos del deterioro, reparación y refuerzo de estructuras. Modelo teórico y verificación experimental" (BIA2009-11764), y "Rehabilitación de Autopistas y carreteras" (REHABCAR), financiado por el Ministerio Ciencia e Innovación de España.

#### REFERENCIAS

- (1) Recuero, A. y Miravete, A. (1997). Refuerzo de estructuras con composites avanzados. *Informes de la Construcción*, 49(452): 39-50. doi:10.3989/ic.1997.v49.i452.926.
- (2) Gómez Pulido, M. D. y Sobrino, J. (1998). Refuerzo de estructuras de hormigón con materiales compuestos con fibra de carbono. Aplicación al Puente de Can Dragó, Barcelona. *Hormigón y acero*, 210: 55-72.
- (3) Shaw, M.A. y Drewett, J. F. (1999). Case studies of carbon fibre bonding worldwide. *Strengthening of Reinforced Concrete Structures using Externally Bonded FRP composites in Structural Civil Engineering*, editado por L.C. Hollaway y M. B. Leeming, Woodhead Publishing, Cambridge, U.K.
- (4) Karbhari, V. M. y Seible, F. (2000). Fiber reinforced composites-advanced materials for the renewal of civil infrastructure, *Advanced Composite Materials*, 7: 95-124.
- (5) Stallings, J. M., Tedesco, J. W., El-Mihilmy, M. y McCauley, M. (2000). Field performance of FRP bridge repairs. *Journal of Bridge Engineering*, 5(2): 107-113. doi: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2000)5:2(107).
- (6) Brosens, K. (2001). Anchorage of externally bonded steel plates and CFRP laminates for the strengthening of concrete elements (PhD thesis). Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- (7) Escudero, D. (2001). Materiales Compuestos. Aplicaciones. *Informes de la Construcción*, 52(472): 45-52. doi:10.3989/ic.2001.v52.i472.676.
- (8) Godes, A. y Cots, C. (2002). Refuerzo de estructuras de hormigón mediante adhesión de materiales compuestos. *Formatos y aplicaciones, II Congreso de ACHE Puentes y Estructuras de edificación*, pp. 297-305. Madrid,.
- (9) Täljsten, B., Hejll, A. y James, G. (2007). Carbon Fiber-Reinforced Polymer Strengthening and Monitoring of the Gröndals Bridge in Sweeden. *Journal of Composites for Construction*, 11(2): 227-235. doi: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2007)11:2(227).
- (10) Parra, C., Martínez-Conesa, E., Valcuende, M. y Garrido, A. (2012). Análisis de métodos para evaluar el refuerzo a esfuerzo cortante con CFRP en vigas de hormigón armado. *Informes de la Construcción*, 64(526): 197-206. doi: 10.3989/ic.11.2007.

- (11) Alzate, A., Arteaga, A., de Diego, A., Cisneros, D. y Perera, R. (2012). Refuerzo externo a cortante con láminas de CFRP en elementos de hormigón armado. *Materiales de Construcción*, 63(310): 251-265. doi: 10.3989/mc.2012.06611.
- (12) Maeda, T., Asano, Y., Sato, Y., Ueda, T. y Kakuta, Y. (1997). A study on bond mechanism of carbon fiber sheet. *Proceedings 3rd International Symposium of Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, pp. 279-285, editado por Japan Concrete Institute ed., Japan.
- (13) Niedermeier, R. (2000) Envelope line of tensile forces while using externally bonded reinforcement. (PhD thesis). TU München, Munchen, Germany.
- (14) Matthys S. (2000). Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement. (PhD thesis). Faculty of Engineering, Department of Structural Engineering, Ghent University, Ghent, Belgium.
- (15) Wu, Z. y Niu, H. D. (2000). Study on debonding failure load of RC beams strengthened with FRP sheets. *Journal of Structural Engineering*, 46 (A): 1431-1441.
- (16) Teng, J. G., Smith, S. T., Yao, J. y Chen, J. F. (2003). Intermediate crack-induced debonding in RC beams and slabs. *Constr. Build. Mater.*, 17(6): 447-462. doi: 10.106/5090-0618(03)00043-6.
- (17) Lu, X. Z. (2004). Studies of FRP-concrete interface. (PhD thesis), Tsinghua University, Beijing, China.
- (18) Ye, L. P., Lu, X. Z. y Chen, J. F. (2005). Design proposals for the debonding strengths of FRP strengthened RC beams in the Chinese Design Code, *Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005)*, pp. 55-62, editado por Chen and Teng (eds.).
- (19) Said, H. y Wu, Z. (2008). Evaluating and proposing models of predicting IC debonding failure. *Journal of Composites for Construction*, 12(3): 284-299. doi: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:3(284).
- (20) Federation Internationale du Beton, Task Group 9.3 FRP Reinforcement for Concrete Structures. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. Technical report on the design and use of externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FRP EBR) for reinforced concrete structures, *Fib Bulletin* 14, 2001.
- (21) Japan Society of Civil Engineers. (2001). Recommendations for upgrading of concrete structures with use of continuous fiber sheets. *JSCE Concrete Engineering Series*, 41.
- (22) Oller, E., Cobo, D. y Marí, A. R. (2009). Design proposal to avoid peeling failure in FRP strengthened reinforced concrete beams. *Journal of Composites for Construction*, 13(5): 384-393. doi: 10.1061/(ASCE)cc.1943-5614.0000038.
- (23) CNR (National Research Council) Advisory Committee on technical recommendations for construction. (2004). *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures* (CNR-DT200/2004), Rome.
- (24) American Concrete Institute (ACI). (2002). *Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures*. ACI 440.2R-02, ACI Committee 440.
- (25) López González, J. C. (2012). Estudio de la redistribución tensional en la interfase FRP-Hormigón. (Tesis doctoral). Universidad Politécnica de Madrid.
- (26) Wu, Z. S. y Niu H. D. (2007). Prediction of crack-induced debonding failure in R/C structures flexurally strengthened with externally bonded FRP composites. *JSCE, Journal of materials. Concrete structures and Pavements*, 63(4): 620-639.
- (27) Chen, J. F. y Teng, J. G. (2001). Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to the concrete. *Journal of Structural Engineering*, 127(7): 784-791. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2001)127:7(784).
- (28) Collins, M. P. (2001). Evaluation of shear design procedures for concrete structures. *Report prepared for the CSA Technical Committee on Reinforced Concrete Design*, Canada.
- (29) Oller, E. (2005). Peeling Failure in Beams Strengthened by Plate Bonding. A Design Proposal. (Tesis doctoral). Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España.
- (30) Oller, E., Cobo, D. y Marí, A. R. (2009). Interface behavior in FRP-strengthened beams subjected to transverse loads. Maximum transferred force. *Journal of Composites for Construction*, 13(1): 35-44. doi:10.1061/(ASCE)1090-0268(2009)13:1(35).
- (31) Comisión Permanente del Hormigón (CPH). Instrucción del Hormigón Estructural EHE-08, Ministerio de Fomento de España, Madrid, 2008.
- (32) Ceroni F. y Pecce M. (2009). Design provisions for crack spacing and width in RC elements externally bonded with FRP. *Composites Part B, Elsevier*, 40(1): 17-28. doi: 10.106/j.compositesb.2008.07.004.

\* \* \*