Informes de la Construcción Vol. 25, nº 242
Julio de 1972

las formas libres y la GEOMETRIA

JOSE MARIA RUIZ AIZPIRI - Dr. arquitecto

212 - 1

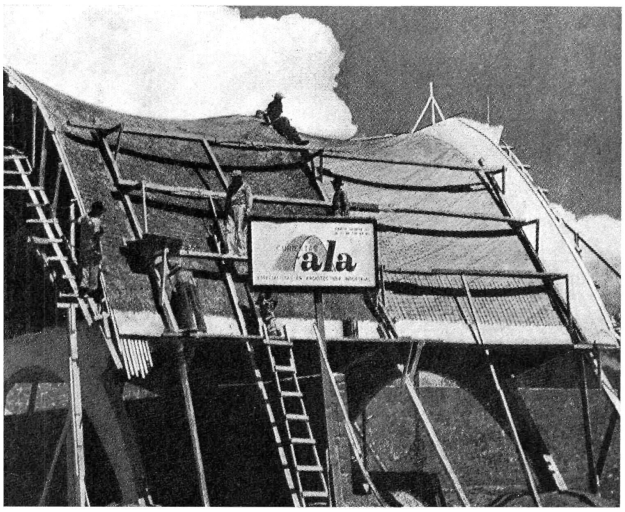
sinopsis

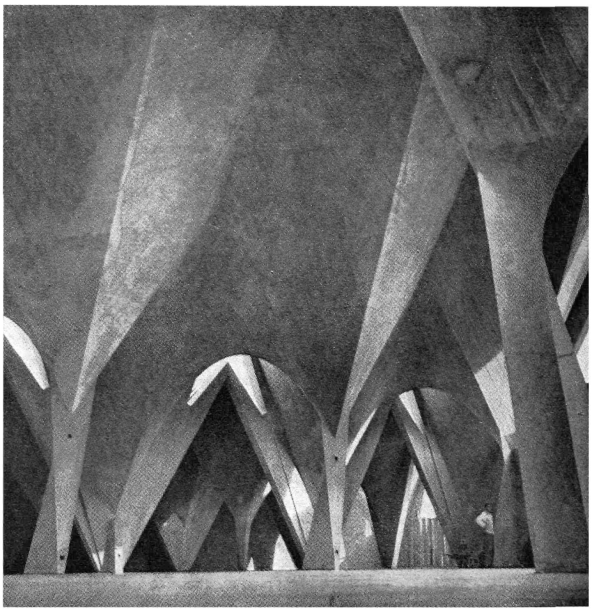
Las formas parabólico-hiperbólicas han experimentado un desarrollo espectacular en el campo laminar; pero, en general, el trazado de superficies regladas no ha agotado aún sus grandes posibilidades geométricas. En el artículo se describen métodos geométricos para el trazado de dicho tipo de superficies, a partir de directrices curvas y rectas.

La geometría como Ciencia del Espacio y la Arquitectura como Arte Espacial, tienen entre sí una íntima relación, y de aquí la importancia que para el arquitecto tiene el conocimiento de la Geometría; pero a pesar de ello existe una falta de interés hacia su estudio, sin duda por no haberse enfocado desde el punto de vista plástico.

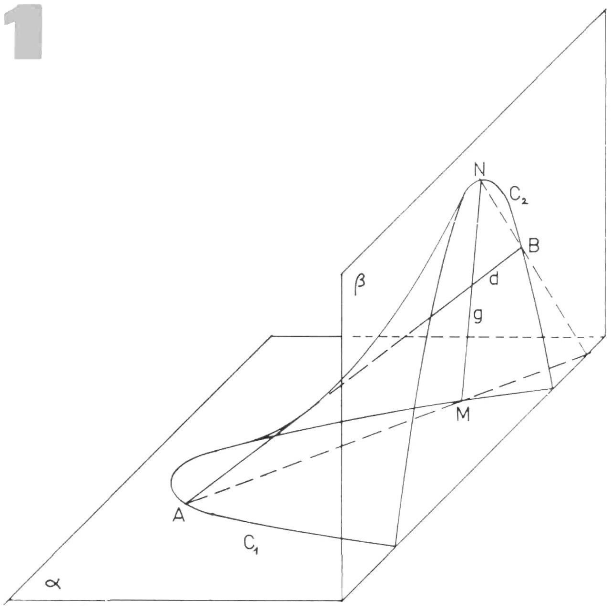
Iglesia de la Milagrosa.

Pabellón de Rayos Cósmicos.





1

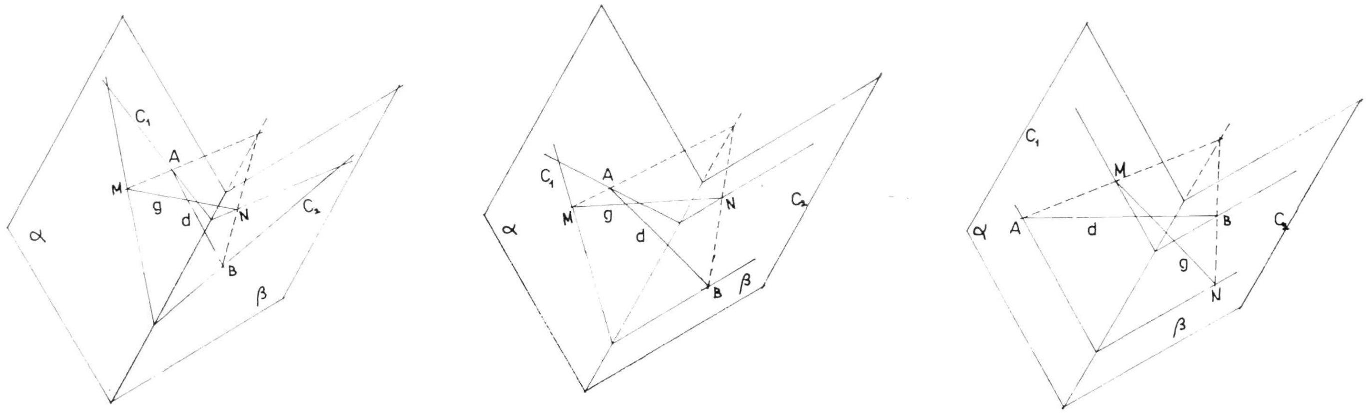


Para el geómetra, cualquier superficie alabeada se extiende hasta el infinito: por el contrario, toda construcción es limitada, y según sean estos límites, la posición en el espacio y la forma de acoplar unas superficies con otras se obtienen los más diversos efectos plásticos y funcionales, hasta el punto que un profano no alcanzaría a ver su identidad geométrica; tal sucede, por ejemplo, con el **Pabellón de Rayos Cósmicos** y la **Iglesia de la Milagrosa,** obras ambas del arquitecto Félix Candela, las dos construidas con paraboloides hiperbólicos y cuyo aspecto plástico es totalmente distinto.

También influye en esta falta de interés hacia la Geometría, el énfasis que se ha venido dando al estudio de formas con pocos grados de libertad, a las que pudiéramos llamar «muy geometrizadas», tales como esferas, cilindros, conos, prismas, pirámides, poliedros regulares, y de temas de contenido exclusivamente geométrico o carentes de interés: es típica la inclusión en muchos programas y textos, del llamado alfabeto del punto, recta y plano, así como de los seis casos de resolución de triedros, sin más razón para ello que la de que así se ha venido haciendo tradicionalmente. En cambio, se descuida el estudio, con el debido enfoque, de superficies cuyas posibilidades plásticas están lejos de agotarse.

Entre las distintas clases de superficies son especialmente interesantes, por sus cualidades estructurales, las superficies de doble curvatura y, entre éstas, las de segundo grado, por ser las de ecuaciones más sencillas y las alabeadas por la facilidad de su encofrado.

Existen solamente dos superficies que tienen dos sistemas de generatrices rectilíneas y, por tanto, la máxima facilidad constructiva y que providencialmente son a la vez alabeadas y de segundo grado: los hiperboloides y paraboloides. Son, por ello, las más empleadas, en especial los paraboloides.



2 a) b) c)

El hiperboloide, aunque de cálculo más complicado, tiene un mayor grado de libertad de formas y, además, contiene a las tres clases de cónicas, mientras el paraboloide no contiene más que hipérbolas y parábolas.

Son tan sumamente variadas las disposiciones que se pueden obtener con las superficies de segundo grado, que siempre es posible obtener formas originales. Esto se facilita utilizando algunos procedimientos para su determinación, más generales que el muy conocido del paraboloide, en que éste queda determinado por un cuadrilátero alabeado. Son trazados que permiten obtener cuádricas que pasan por dos cónicas prefijadas; esto permite ampliar el repertorio de formas, con la ventaja que al acoplar dos de éstas según una línea curva se obtiene una mayor rigidez.

Por dos cónicas cualesquiera (**C_1** y **C_2**), figura 1, situadas en dos planos distintos (α y β) y que tienen dos puntos comunes (reales distintos o confundidos, o imaginarios conjugados), pasan infinitas cuádricas. Una de ellas queda determinada por la condición de hacerla pasar por un punto dado (**P**). De la posición que ocupe el punto **P** depende que la cuádrica sea, o no, reglada. Nos vamos a ocupar solamente de las regladas, por ser el caso más sencillo.

Si la cuádrica es reglada, se puede sustituir la condición de que pase por un punto (**P**), por la de contener una recta (**d**) que se apoye en las dos cónicas dadas en dos puntos distintos (**A** y **B**) (1).

Así tenemos la superficie alabeada definida por tres directrices: las cónicas **(C_1 y C_2)** y la recta **(d).** Un plano que pase por **d** corta a **C_1** y **C_2** en los puntos **M** y **N,** respectivamente, y éstos, a su vez, nos determinan una generatriz **(g)** de la cuádrica. Variando el plano secante se obtienen cuantas generatrices se quieran.

La cuádrica así obtenida es en general un hiperboloide: si las dos cónicas dadas son hipérbolas, o una hipérbola y la otra parábola, o las dos parábolas con sus ejes paralelos (2), se obtendrá un paraboloide tomando como tercera directriz **(d)** la recta del infinito que une un punto del infinito de una cónica con un punto del infinito de la otra o, en el caso de dos parábolas, tomando como plano director uno cualquiera paralelo al eje de la parábola.

Las cónicas pueden degenerar en dos rectas, cada una con un punto común propio o impropio, dando lugar a los siguientes casos:

Las dos cónicas son degeneradas (fig. 2):

En el caso a) podemos obtener un paraboloide cortando por planos paralelos a dos lados opuestos del cuadrilátero alabeado que forman **C_1** y **C_2**. En los casos b) y c) se obtiene siempre un hiperboloide.

Una sola cónica es degenerada (fig. 3):

En el caso a), si **C_1** es hipérbola o parábola, se obtiene un paraboloide cortando por planos paralelos a una de las rectas de **C_2** y a una asíntota de **C_1** o al eje de la parábola. En el caso b) se obtiene un hiperboloide.

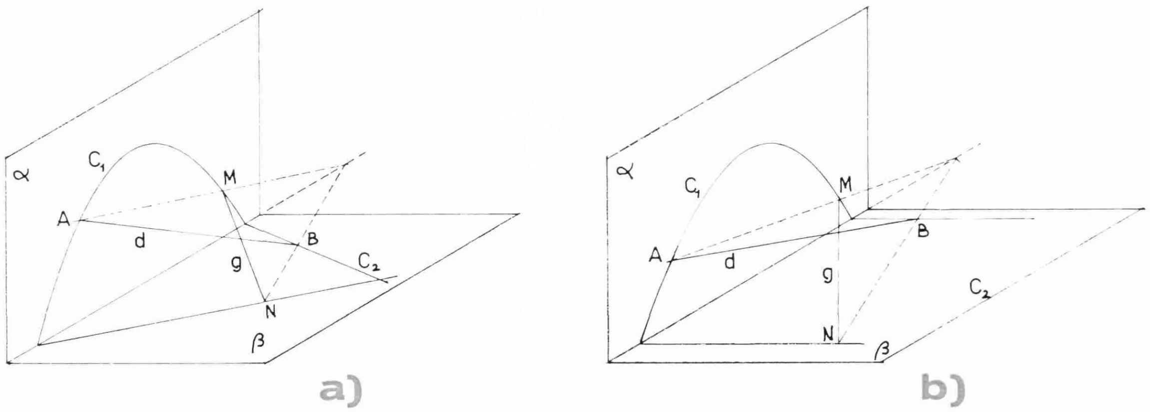
Cabe también sustituir la directriz **(d)** por una tercera cónica **(C_3)** que corte a cada una de las otras dos, en dos puntos.

---

(1) Esta condición de ser distintos los puntos A y B no es esencial, pero entonces la recta habría de cumplir ciertas condiciones que no son del caso.

(2) Si los planos de las dos parábolas son paralelos, las parábolas deberán ser iguales.

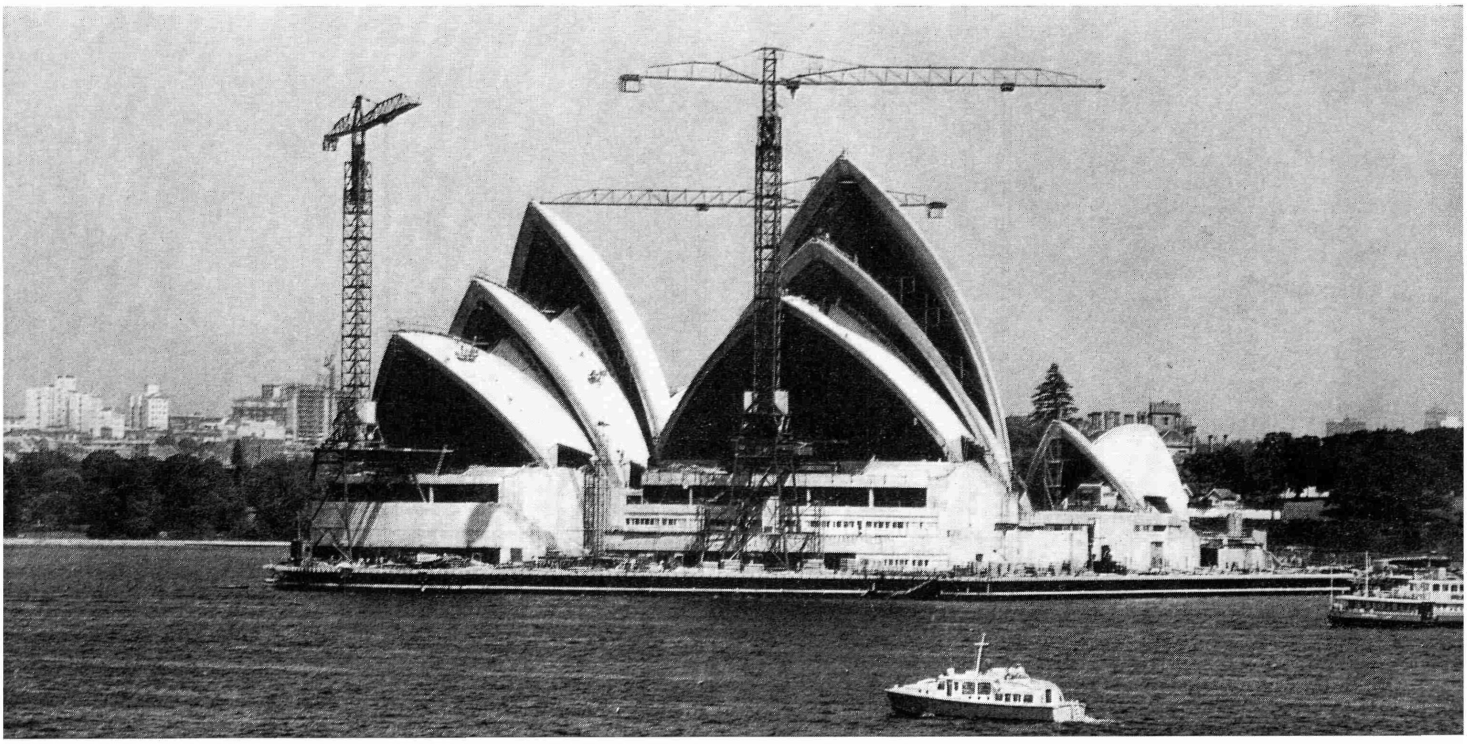
3



Se ha despertado en los últimos tiempos un interés por las llamadas «Formas Libres», independientes de lo que se piensa ser, servidumbre de la Geometría. La Geometría no impone ninguna limitación, sino que investiga las propiedades de cualquier forma por libre que ésta sea.

De esta investigación se deduce que una forma concebida para ser construida tiene más limitaciones de lo que parece a primera vista. Ha de estar condicionada por su función estructural, la cual está relacionada con la forma; tal ha sucedido en la **Opera de Sidney,** en la que hubo que sustituir las formas caprichosas del primitivo proyecto por otras que, teniendo el mismo aspecto, presentaban mayores ventajas constructivas.

Opera de Sidney.



Pero además la Geometría nos descubre otras muchas limitaciones. En efecto, sabemos que un punto genérico de una superficie es elíptico, hiperbólico o parabólico. Haciendo abstracción de los puntos singulares (tal el vértice de un cono), con los que no se puede cubrir un área, tan sólo de estas tres clases de puntos está compuesta cualquier superficie. Esto quiere decir que en un entorno de un punto la superficie tiene forma aproximada a la de una cuádrica elíptica, hiperbólica o cilíndrica; el entorno, que para un matemático es infinitesimal, en la práctica

constructiva ha de tener dimensiones apreciables (del orden de algunos metros) y, dentro de él, la superficie puede ser sustituida por un cuádrica con bastante aproximación. Es una coincidencia curiosa el que con sólo tres colores, la tricromía nos ofrezca una reproducción de una obra pictórica.

Dividiendo en zonas adecuadas una forma libre podríamos obtener una superficie de análogo aspecto, formada por superficies de 2.° grado.

Otra forma de determinar una cuádrica es dar las tres directrices siguientes: una cónica y dos rectas no coplanarias que cada una tenga un punto común con la cónica.

Aparte de las cuádricas, es muy corto el número de superficies que se han construido: entre las algebraicas citaremos el Cuerno de Vaca, el Conoide y el Toro, todas de 4.° grado; y de las no algebraicas, los Helicoides (1). Escaso parece el número de estas formas hasta ahora construidas y esperamos que dicho número pueda ser ampliado con una investigación adecuada.

(1) Es de resaltar el hecho de que estas superficies, cuya ecuación es más complicada, se hayan construido antes que los paraboloides hiperbólicos.

résumé

Les formes libres et la géométrie

José María Ruiz Aizpiri, Dr. architecte

Les formes parabolico-hyperboliques ont éprouvé un développement spectaculaire dans le domaine des voiles minces. Mais, en général, le tracé de surfaces réglées n'a pas encore épuisé ses grandes possibilités géométriques. Dans cet article, l'auteur décrit des méthodes géométriques pour le tracé de ce type de surfaces, à partir de directrices courbes et droites.

summary

Free forms and geometry

José María Ruiz Aizpiri, Dr. architect

Parabolic-hyperbolic forms have experienced a spectacular development in the field of laminating; but, on the whole, the plotting of ruled surfaces has not yet exhausted its great geometrical possibilities. In this *article geometrical methods are described* for the plotting of such surfaces, from curved and straight directrices.

zusammenfassung

Freie Form und Geometrie

José María Ruiz Aizpiri, Dr. Architekt

Unter den Schalenformen hat sich in letzter Zeit eine erstaunliche Entwicklung der parabolisch-hiperbolischen Formen ergeben; dennoch kann man sagen, dass die Schalenformen noch nicht alle geometrischen Möglichkeiten erschöpft haben. In diesem Aufsatz werden einige geometrische Methoden beschrieben um diese Flächen zu entwickeln, indem man von geraden oder gebogenen Leitlinien ausgeht.