

un método para el proyecto de muros de contención

J. CALAVERA RUIZ, Dr. Ing. de Caminos
A. CABRERA BELLMONT, Perito de O. P.

sinopsis

875-1

Los autores describen un procedimiento para el dimensionamiento de muros de contención que evita los tanteos previos para el encaje de las dimensiones del muro. Los gráficos que se incluyen permiten, en función de las características del terreno contenido y de las del suelo de cimentación, calcular las distintas dimensiones del muro. Aparte del análisis de la situación del muro en condiciones de servicio, se incluye el estudio bajo la acción de un valor mayorado del empuje.

El método, para el caso de muros usuales con terreno horizontal, proporciona una precisión suficiente para el trabajo práctico. Se incluyen gráficos para el caso de que se considere una distribución linealmente variable de las presiones del suelo sobre el cimiento, y para el caso de que esta distribución se considere con valor constante.

1 Campo de aplicación

El método que se describe está relacionado con el proyecto de muros de contención, sometidos al empuje de un terreno cuya superficie libre es horizontal y situada al mismo nivel que la coronación del muro.

En general, el proyecto de muros se realiza seleccionando unas dimensiones determinadas y comprobando, a continuación, el comportamiento de la estructura. Eventualmente, se introducen modificaciones para corregir los defectos de la solución inicial, realizando una nueva comprobación. Este es un sistema trabajoso y, sobre todo, no permite obtener soluciones plenamente satisfactorias más que a costa de muchos tanteos.

El método que sigue permite una libertad completa en la elección de todas las variables, bien seleccionándolas por condicionamientos existentes en cada caso particular, o bien guiándose por criterios de menor coste o de sencillez constructiva.

Se ha puesto un especial interés en que el método permita al proyectista asegurar el muro contra deslizamiento por cualquiera de los cuatro procedimientos siguientes:

- a) Por sólo el rozamiento entre cimiento y suelo.
- b) En parte, por rozamiento entre cimiento y suelo y en parte por empuje pasivo del suelo sobre el frente de la puntera.
- c) Exclusivamente por empuje pasivo sobre el frente de la puntera y/o un tacón introducido en el terreno de cimentación (*).
- d) Mediante contención del deslizamiento por estructuras situadas frente al muro y en contacto con éste.

(*) Existe una dispersión considerable entre los criterios de los proyectistas, en cuanto a la posición y métodos de cálculo de este tipo de tacones.

Por otra parte, se introduce como comprobación el análisis de las presiones bajo la puntera con un empuje mayorado $E^* = \gamma_s \cdot E$, siendo E el empuje en condiciones de servicio. Es sobradamente conocido el hecho de que si el empuje, conservando su posición, crece hasta un valor E^* , la tensión máxima resultante σ^* sobre el suelo no aumenta en la misma proporción respecto a la tensión máxima σ en condiciones de servicio.

Aunque en este estudio se ha eludido el fijar valores relacionados con las propiedades del suelo, con el fin de dejar al proyectista una libertad completa en relación con este tema, la elección del coeficiente γ_s de mayoración del empuje era obligada para el desarrollo del método. Se ha seleccionado el valor $\gamma_s = 1,5$, análogo al usualmente empleado para la mayoración de sobrecargas en el cálculo de estructuras de hormigón armado por el método de los estados límites. Es evidente la necesidad de fijar, correlativamente, un valor máximo para σ^* ; pero como se verá, éste puede ser seleccionado libremente de acuerdo con las características del suelo.

En definitiva, lo que puede dejarse establecido es la necesidad del análisis del muro bajo la acción del empuje E^* , ya que existen muros con una tensión σ muy moderada en condiciones de servicio, pero muy sensibles en cuanto a un fuerte incremento del valor σ^* cuando se mayor el empuje ligeramente.

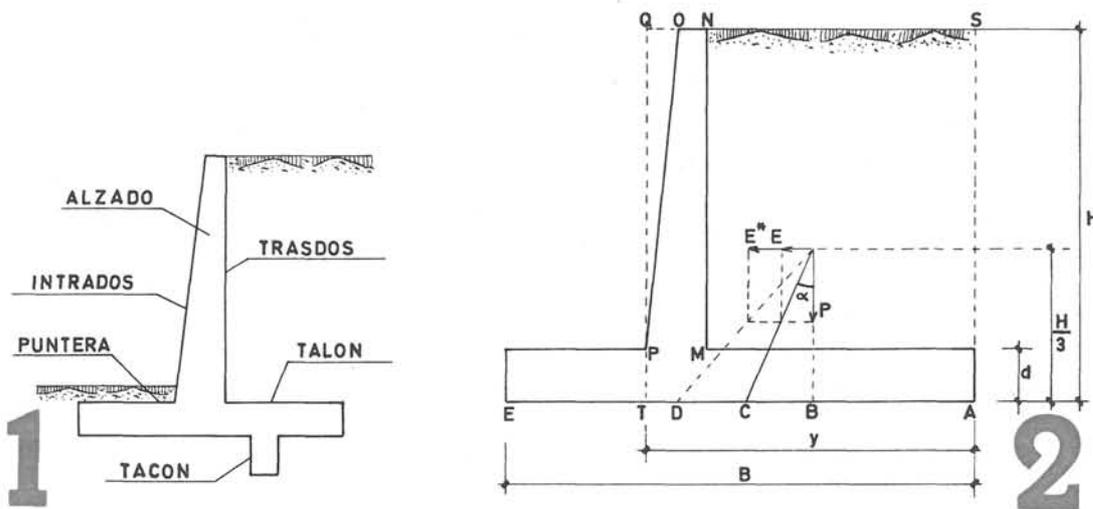
Por supuesto, si el empuje E y el peso del relleno aumentan en la misma proporción, las tensiones varían, sensiblemente, en esa misma proporción. Sin embargo, el criterio de seguridad de mayorar sólo el empuje E y no la carga vertical nos parece más razonable, ya que puede corresponder a situaciones límites reales (p. ej. variación de φ respecto al valor previsto).

2 Bases del método

Las designaciones empleadas se indican en la figura 1. El conjunto de puntera, talón y tacón constituye el cimientado.

Con objeto de reducir el número de variables, se introducen las simplificaciones siguientes (Fig. 2).

- Despreciar el peso de la puntera (pequeño en los muros normales).
- Sustituir el peso del alzado $MNOP$ de hormigón ($\gamma = 2,4 \text{ Mp/m}^3$) por el del rectángulo $MNPQ$ supuesto formado por suelo. En muros corrientes, esto es suficientemente aproximado, tanto en peso como en la posición del centro de gravedad.



- c) Suponer un muro virtual TQ sometido al empuje horizontal E debido al suelo (con peso específico $\gamma = 1,8 \text{ Mp/m}^3$).
- d) Suponer el peso vertical total P , como correspondiente al macizo de suelo $ATQS$, con un peso específico γ' , intermedio entre el del suelo y el del hormigón. El valor de γ' es función de la relación d/H ,
siendo:

$$\gamma' = 1,8 + 0,6 \cdot \frac{d}{H}.$$

El valor más usual es $d/H \approx 1/10$ y, por tanto, en adelante adoptamos: $\gamma' = 1,86$ megapondios/m³.

- e) Para el cálculo del empuje se emplea la fórmula:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \frac{1 - \text{sen } \varphi}{1 + \text{sen } \varphi} = K \cdot H^2,$$

correspondiente a la teoría de Rankine. Se supone que el relleno del trasdós está drenado.

3 **Formulación para el caso de variación lineal de tensiones del cimiento sobre el suelo**

Corresponde al método que pudiéramos llamar tradicional para el cálculo de presiones sobre el suelo. La figura 3 indica los dos casos posibles.

De acuerdo con las notaciones de la figura 2, se tiene:

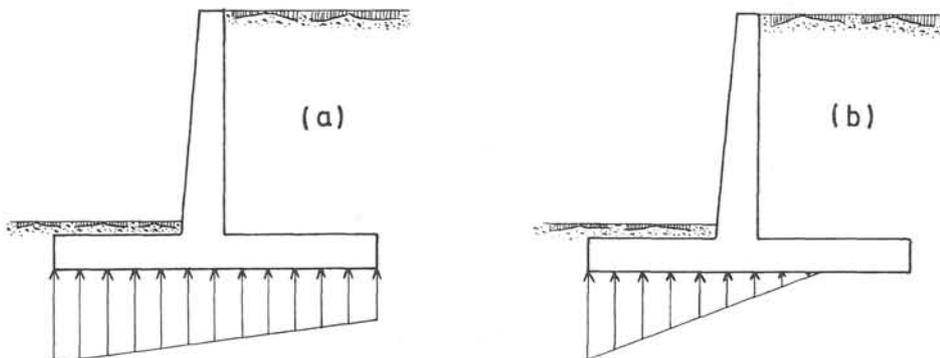
$$E = K \cdot H^2, \quad [1]$$

$$P = 1,86 H \cdot y, \quad [2]$$

$$\frac{E}{P} = \text{tg } \alpha = v, \quad [3]$$

$$\overline{BC} = v \cdot \frac{H}{3}, \quad [4]$$

$$\overline{AC} = v \cdot \frac{H}{3} + \frac{y}{2}. \quad [5]$$



3

Sustituyendo en [3] los valores de [1] y [2] se obtiene:

$$v = \frac{K \cdot H}{1,86 y}.$$

Llamando e a la excentricidad de la resultante respecto al centro del cimiento (positiva hacia la puntera), se tiene:

$$e = \overline{AC} - \frac{B}{2} = \frac{K \cdot H^2}{5,58 y} + \frac{y}{2} - \frac{B}{2},$$

o bien:

$$\frac{e}{B} = \frac{K}{5,58 \cdot \frac{y}{H} \cdot \frac{B}{H}} + 0,5 \cdot \frac{y/H}{B/H} - 0,5. \quad [6]$$

Los valores de e/B pueden oscilar entre $e/B = 0$, que corresponde a resultante centrada y, por tanto, a reparto uniforme de presiones sobre el suelo, y $e/B = 0,333$, que suele considerarse como un límite superior práctico, aunque, como veremos, este concepto de límite queda modificado como más adelante se indica.

Cuando $E^* = 1,5 E$, llamemos e^* a la nueva excentricidad:

$$e^* = \overline{AD} - \frac{B}{2}, \quad [7]$$

$$\overline{AD} = \overline{BD} + \frac{y}{2} = 1,5 \cdot \frac{H}{3} \cdot v + \frac{y}{2} = \frac{v \cdot H}{2} + \frac{y}{2}, \quad [8]$$

$$\overline{AD} = \frac{K \cdot H^2}{3,72 y} + \frac{y}{2}, \quad [9]$$

$$e^* = \frac{K \cdot H^2}{3,72 y} + \frac{y}{2} - \frac{B}{2}, \quad [10]$$

$$\frac{e^*}{B} = \frac{K}{3,72 \cdot \frac{y}{H} \cdot \frac{B}{H}} + 0,5 \cdot \frac{y/H}{B/H} - 0,5. \quad [11]$$

Distinguiamos ahora los casos siguientes:

a) $e/B \geq 1/6$. En este caso la distribución de presiones es triangular y se cumple:

$$\sigma = \frac{2P}{3 \overline{EC}}, \quad [12]$$

$$\overline{EC} = B - \overline{AC} = B - \frac{K \cdot H^2}{5,58 y} - \frac{y}{2}, \quad [13]$$

$$\sigma = \frac{2 \times 1,86 H \cdot y}{3 \left(B - \frac{K \cdot H^2}{5,58 y} - \frac{y}{2} \right)}, \quad [14]$$

$$\frac{\sigma}{H} = \frac{1,24}{\frac{B/H}{y/H} - \frac{K}{5,58 (y/H)^2} - 0,5}, \quad [15]$$

que puede ponerse en la forma:

$$\frac{\sigma}{H} = \frac{1,24}{\frac{B/H}{y/H} \left(0,5 - \frac{e}{B}\right)} \quad [16]$$

Como en este caso para $E^* = 1,5 E$ la distribución de tensiones sobre el cimiento es triangular, se tiene:

$$\sigma^* = \frac{2P}{3\overline{ED}}, \quad [17]$$

$$\overline{ED} = B - \overline{AD} = B - \frac{y}{2} - \frac{v \cdot H}{2}, \quad [18]$$

y operando:

$$\frac{\sigma^*}{H} = \frac{1,24}{\frac{B/H}{y/H} - \frac{K}{3,72 \left(\frac{y}{H}\right)^2} - 0,5}, \quad [19]$$

$$\frac{\sigma^*}{H} = \frac{1,24}{\frac{B/H}{y/H} \left(0,5 - \frac{e^*}{B}\right)} \quad [20]$$

- b) $e/B < 1/6$. En este caso la distribución de presiones sobre el cimiento, en condiciones de servicio, es trapezoidal, pudiendo pasar, para $E^* = 1,5 E$, a ser triangular o seguir siendo trapezoidal, según la excentricidad relativa.

En todos los casos:

$$\sigma = \frac{P}{B} \left(1 + 6 \cdot \frac{e}{B}\right), \quad [21]$$

o bien:

$$\sigma = \frac{1,86 H \cdot y}{B} \left(1 + 6 \cdot \frac{e}{B}\right), \quad [22]$$

$$\frac{\sigma}{H} = 1,86 \cdot \frac{y/H}{B/H} \left(1 + 6 \cdot \frac{e}{B}\right). \quad [23]$$

b-1) Si

$$\frac{e^*}{B} \geq \frac{1}{6}, \quad \sigma^* = \frac{2P}{3\overline{ED}}, \quad [24]$$

y operando:

$$\frac{\sigma^*}{H} = \frac{1,24}{\frac{B/H}{y/H} \left(0,5 - \frac{e^*}{B}\right)}. \quad [25]$$

b-2) Si

$$\frac{e^*}{B} < \frac{1}{6}, \quad \sigma^* = \frac{P}{B} \left(1 + 6 \cdot \frac{e^*}{B}\right), \quad [26]$$

y operando:

$$\frac{\sigma^*}{H} = 1,86 \frac{y/H}{B/H} \left(1 + 6 \cdot \frac{e^*}{B} \right). \quad [27]$$

Calculemos ahora el coeficiente de seguridad a vuelco:

$$M_v = \frac{E \cdot H}{3}, \quad [28]$$

$$M_e = P \left(B - \frac{y}{2} \right), \quad [29]$$

$$C_{sv} = \frac{P \left(B - \frac{y}{2} \right)}{\frac{E \cdot H}{3}}, \quad [30]$$

y sustituyendo [1] y [2] en [30]:

$$C_{sv} = \frac{5,58 H \cdot y \left(B - \frac{y}{2} \right)}{K \cdot H^3}, \quad [31]$$

que puede ponerse en la forma:

$$C_{sv} = \frac{5,58 \cdot \frac{y}{H} \left(\frac{B}{H} - 0,5 \cdot \frac{y}{H} \right)}{K}. \quad [32]$$

Para $E^* = 1,5 E$ se tiene:

$$M_v^* = \frac{E^* \cdot H}{3}, \quad [33]$$

y el momento estabilizador es el mismo que en servicio. Evidentemente, si se pide que el muro, para $E^* = 1,5 E$, no rebese la situación de agotamiento, es lógico pedir $C_{sv}^* \geq 1$, lo que representa una condición crítica de equilibrio en la que la resultante pasa por el borde de la zapata, y comparando [28] y [33] se observa que siempre:

$$\frac{C_{sv}}{C_{sv}^*} = 1,5; \quad [34]$$

luego si $C_{sv}^* \geq 1$, siempre $C_{sv} \geq 1,5$. De todas formas, la ecuación [32] permite su cálculo directo.

En cuanto a la seguridad al deslizamiento, si llamamos C_d al coeficiente de seguridad al deslizamiento; μ al coeficiente de rozamiento entre cimiento y suelo, y F a la fuerza que se oponga al deslizamiento, aparte del propio rozamiento entre suelo y cimiento, se tiene:

$$C_d = \frac{\mu \cdot P + F}{E}. \quad [35]$$

Fijando $C_d = 1,5$ y sustituyendo en la expresión [35] los valores [1] y [2], se obtiene:

$$F = 1,5 K \cdot H^2 - 1,86 \mu \cdot H \cdot y, \quad [36]$$

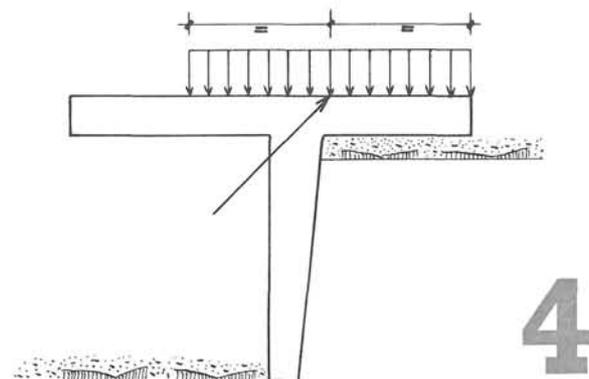
o bien:

$$\frac{F}{H^2} = 1,5 K - 1,86 \mu \cdot \frac{y}{H}. \quad [37]$$

En definitiva, esta fórmula, fijado un valor y/H del muro, y para un valor μ dado del suelo disponible, nos proporciona el valor F de la fuerza a transmitir directamente a otra estructura, o por empuje pasivo sobre el frente de la puntera.

4 Formulación para el caso de tensión constante del suelo sobre el cimiento (*)

Corresponde al caso indicado en la figura 4, y se deriva de la consideración de una distribución uniforme de las presiones del muro sobre el suelo.



El método seguido es idéntico al del apartado anterior, con formulación más sencilla.

Para la designación, seguimos refiriéndonos a la figura 2:

$$\overline{EC} = B - \frac{y}{2} - \overline{BC} = B - \frac{y}{2} - \frac{v \cdot H}{3}, \quad [38]$$

o bien:

$$\overline{EC} = B - \frac{y}{2} - \frac{K \cdot H^2}{5,58 y}, \quad [39]$$

$$e = \frac{B}{2} - \overline{EC}, \quad [40]$$

(*) Actualmente se registra la tendencia hacia el cálculo de las presiones sobre el suelo sustituyendo el diagrama de presiones variables por otro, centrado respecto al punto de paso de la resultante y con valor constante. Los resultados obtenidos son sensiblemente iguales, pero este procedimiento presenta ventajas para la determinación de la presión admisible sobre el suelo y es de formulación más sencilla.

y sustituyendo:

$$e = \frac{y}{2} + \frac{K \cdot H^2}{5,58 y} - \frac{B}{2}, \quad [41]$$

$$\frac{e}{B} = \frac{K}{5,58 \cdot \frac{B}{H} \cdot \frac{y}{H}} + 0,5 \cdot \frac{y/H}{B/H} - 0,5. \quad [42]$$

Para el cálculo de presiones se tiene:

$$\sigma = \frac{P}{2 \overline{EC}} = \frac{1,86 H \cdot y}{2 B - y - \frac{2 K \cdot H^2}{5,58 y}}, \quad [43]$$

o bien:

$$\frac{\sigma}{H} = \frac{1,86 \cdot y/H}{2 \cdot \frac{B}{H} - \frac{y}{H} - \frac{K}{2,79 \cdot y/H}}. \quad [44]$$

Para $E^* = 1,5 E$,

$$\overline{BD} = \frac{v \cdot H}{2}, \quad [45]$$

$$\overline{ED} = B - \frac{y}{2} - \frac{v \cdot H}{2}, \quad [46]$$

o bien:

$$\overline{ED} = B - \frac{y}{2} - \frac{K \cdot H^2}{3,72 y}, \quad [47]$$

$$\sigma^* = \frac{P}{2 \overline{ED}} = \frac{1,86 H \cdot y}{2 D - y - \frac{K \cdot H^2}{1,86 y}}, \quad [48]$$

$$\frac{\sigma^*}{H} = \frac{1,86 y/H}{2 \frac{B}{H} - \frac{y}{H} - \frac{K}{1,86 y/H}}. \quad [49]$$

Considerando la seguridad al vuelco:

$$M_v = \frac{E \cdot H}{3}, \quad [50]$$

$$M_e = P \left(B - \frac{y}{2} \right), \quad [51]$$

$$C_{sv} = \frac{P \left(B - \frac{y}{2} \right)}{\frac{E \cdot H}{3}}, \quad [52]$$

y sustituyendo:

$$C_{sv} = \frac{5,58 H \cdot y \left(B - \frac{y}{2} \right)}{K \cdot H^3}, \quad [53]$$

o bien:

$$C_{sv} = \frac{5,58}{K} \cdot \frac{y}{H} \left(\frac{B}{H} - 0,5 \cdot \frac{y}{H} \right). \quad [54]$$

Como se ha de imponer la condición de que, para $E^* = 1,5 E$, la resultante pase, como máximo, por el borde de la zapata, es decir, $C_{sv}^* \geq 1$, se cumple como en el caso anterior $C_{sv} \geq 1,5$.

En cuanto al problema de la seguridad al deslizamiento, vale sin modificación todo lo dicho en el caso anterior.

5 Diagramas de cálculo

Con las fórmulas obtenidas en los apartados anteriores se han dibujado los diagramas de las figuras 8 a 13; unos para el caso de variación lineal de tensiones del cimiento sobre el suelo, y los otros para el caso de tensión constante.

Para el proyecto de un muro se dispone de los datos siguientes:

- a) Valor de la altura H , en metros.
- b) Coeficiente de rozamiento μ del suelo con el cimiento.
- c) Valor del ángulo φ del rozamiento interno del suelo a contener.
- d) Tensión máxima admisible del suelo en servicio.
- e) Tensión máxima del suelo cuando se mayor a $E^* = 1,5 E$.
- f) Valor mínimo del coeficiente de seguridad al deslizamiento. En general, suele adoptarse $C_d = 1,5$, aunque en la práctica no tiene por qué ser conseguido sólo por rozamiento entre suelo y cimiento, sino que esto puede suministrar una parte del coeficiente de seguridad, siempre que el resto se consiga mediante la colaboración de otra estructura adyacente, o por empuje pasivo sobre el frente de la puntera. Naturalmente, si se emplea tacón, no puede contarse simultáneamente con el rozamiento.
- g) Valor mínimo del coeficiente de seguridad a vuelco. Esto constituye una medida tradicional de la seguridad de un muro, y suele ir acompañada de la condición de que la resultante, en condiciones de servicio, no diste del borde más comprimido menos de $1/6$ del ancho total del cimiento. La condición de vuelco es, en realidad, ficticia, pues el vuelco no se produce alrededor de la arista más comprimida del cimiento. La limitación de la excentricidad, tiende a evitar el peligro de que un ligero aumento del empuje produzca un fuerte aumento de tensión sobre el suelo. En realidad, no es una condición necesaria ni suficiente, y la comprobación de la tensión bajo la actuación del empuje mayorado es mucho más segura y real. Por otra parte, ya vimos que esta comprobación supone un coeficiente de seguridad mínimo de $1,5$ al vuelco, en el sentido tradicional.
- h) Los gráficos tipo 8 a 13 contienen tres familias de curvas acotadas en valores e/B , σ/H y σ^*/H . Conocida la altura H del muro, a cada par de valores y/H , B/H , llevados en el diagrama, le corresponde un punto que define, en las tres redes de curvas, el conjunto de valores e/B , σ/H y σ^*/H , que permite el cálculo inmediato de e , σ y σ^* .
- i) Si el deslizamiento está impedido sin necesidad de contar con el rozamiento (p. ej. porque se use tacón y el empuje pasivo sobre el frente de la puntera y el tacón sea

suficiente, o bien, porque exista una estructura exterior que impida, por sí sola, el deslizamiento), los valores y/H , B/H , pueden ser cualesquiera que cumplan las condiciones de tensiones. En la figura 7 (*) se ha supuesto $\sigma/H \leq 2$, $\sigma^*/H \leq 3$ y a ello corresponde la zona sombreada, cuyos puntos son todos soluciones posibles.

- j) Si el deslizamiento ha de ser impedido contando únicamente con el rozamiento, el haz de rectas, situado a la izquierda del gráfico, proporciona la solución inmediata, ya que el valor y/H es el de corte de la recta de valor μ dado, con el eje de valores y/H . Todos los muros posibles corresponden a puntos situados en la recta que pasa por ese valor y/H y es paralela al eje B/H . Esta recta delimita en la zona sombreada, correspondiente a las condiciones de tensiones, un segmento que representa todas las soluciones posibles. Como ejemplo, en la figura 7, si $\mu = \text{tg } 30^\circ$, $y/H = 0,42$, y si $\sigma/H \leq 2$ y $\sigma^*/H \leq 3$, el segmento de soluciones posibles es el AB . Es evidente que la solución más económica es el punto A .
- k) Si existe la posibilidad de contar con una fuerza exterior F , que colabore en impedir el deslizamiento, pero no sea suficiente por sí sola, el diagrama auxiliar proporciona también la solución. Si el valor de la fuerza exterior disponible es F , basta calcular F/H^2 , y, entrando con ese valor en la escala correspondiente, hasta cortar a la recta del valor μ disponible, se obtiene el valor y/H (como ejemplo, en la figura 7, $F/H^2 = 0,10$, y para $\mu = \text{tg } 30^\circ$ se obtiene $y/H = 0,324$). Determinada la zona sombreada, posible por condiciones de tensiones, a ese valor de y/H le corresponde el punto D como solución más económica.
- l) Puede observarse que si no se determina el valor y/H , por condiciones impuestas por deslizamiento, es decir, si éste se impide totalmente de otra forma, los valores y/H , B/H pueden ser cualquiera, como vimos en el apartado i), dentro de la zona limitada por las condiciones de tensiones. Evidentemente, la solución más barata, desde el punto de vista del coste propio del muro, es la de menor valor de B/H (el punto C en la figura 7). Sin embargo, es posible que otro muro con mayor valor de B , pero menor de y , al ahorrar excavación de trasdós, resulte más económico. Lo único que puede asegurarse es que la solución más económica está en la curva límite inferior izquierda de la zona sombreada. Averiguar dentro de los puntos de esa curva cuál es el del coste mínimo, exige considerar no sólo el coste del propio muro (que sería mínimo para el punto C), sino el coste de excavación del trasdós (si es necesario), coste del relleno, etc. En el apartado 8 se indica un método aproximado.
- m) Debe observarse, que, de acuerdo con la tendencia bastante generalizada a emplear valores y/H pequeños, para disminuir la excavación de trasdós, las soluciones pueden situarse en una zona donde los valores σ^*/H crecen con extraordinaria rapidez.

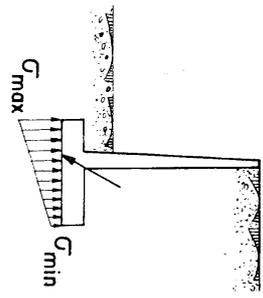
Esta zona coincide, prácticamente, con la de los muros sin talón que, como puede verse, son muy tranquilizadores respecto a las tensiones del suelo en condiciones de servicio, pero son enormemente sensibles a la mayoración del empuje.

- n) En cada gráfico está superpuesta una serie auxiliar de curvas que proporciona los valores e/B . Conocido σ_{\max} y e/B , los diagramas de la figura 5 proporcionan el valor de σ_{\min} en el caso de distribución lineal de tensiones; $e/B \leq 0,16$, o de m/B en el caso de distribución lineal de tensiones, y $e/B > 0,16$, en el caso de distribución uniforme de tensiones, siendo m la distancia \overline{EG} (ver fig. 2).

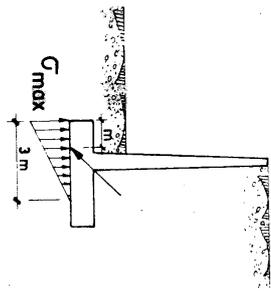
Estos datos son necesarios para el cálculo posterior de los esfuerzos sobre puntera y talón.

(*) La figura 7 que se cita en los ejemplos es una reproducción de la figura 9, en la que se han dibujado las líneas necesarias para obtener los valores de cada ejemplo.

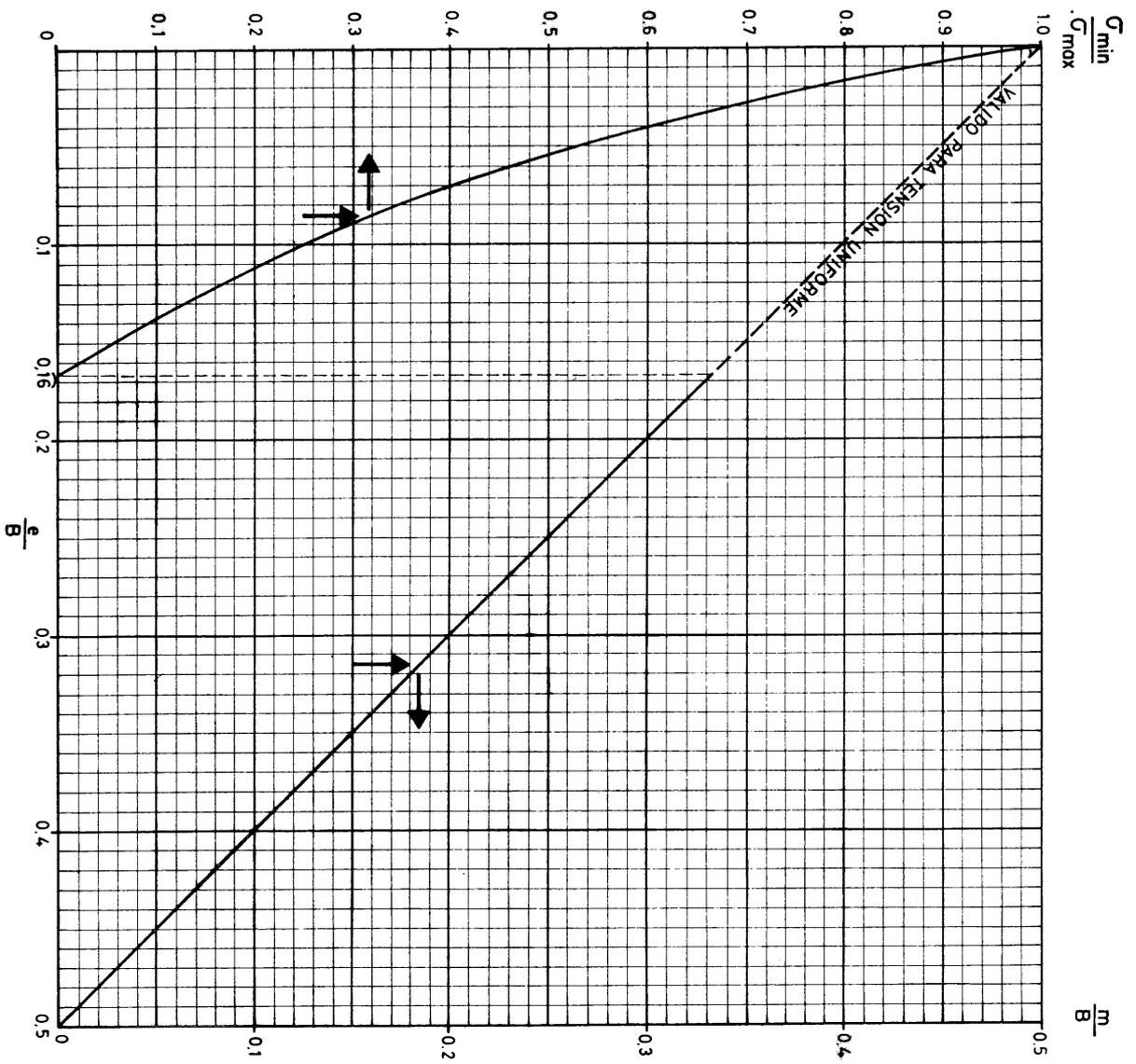
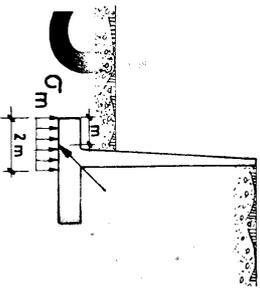
VARIACION LINEAL DE TENSIONES SOBRE EL SUELO



VARIACION LINEAL DE TENSIONES SOBRE EL SUELO



TENSION UNIFORME SOBRE EL SUELO



6

Observaciones para la aplicación del método

En la figura 6 se representa esquemáticamente uno de los diagramas de cálculo de las figuras 8 a 13. En esencia, existen tres tipos de muros posibles, que se identifican sobre la figura y que reúnen las características siguientes:

TIPO A

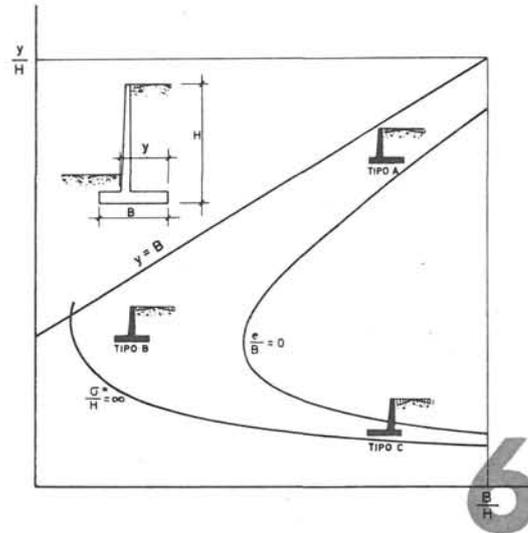
- Relación B/H , alta.
- Relación y/H , alta.
- Excentricidad, pequeña.
- Resultante de inclinación, poca respecto a la vertical.
- Presiones relativas en servicio, de medias a altas (*).
- Presiones mayoradas, medias.
- Seguridad a deslizamiento, muy alta.

TIPO B

- Relación B/H , media.
- Relación y/H , media.
- Excentricidad, alta.
- Resultante de inclinación, media respecto a la vertical.
- Presiones relativas en servicio, altas.
- Presiones mayoradas, altas o muy altas.
- Seguridad a deslizamiento, aceptable.

TIPO C

- Relación B/H , alta.
- Relación y/H , muy baja.
- Presión en servicio, baja.
- Excentricidad y presión mayorada, que varían muy fuertemente con pequeños cambios del valor y/H .
- Seguridad a deslizamiento, baja (**).



(*) Se entiende por presiones relativas los valores σ/H y σ^*/H , es decir, la relación entre la tensión considerada y la correspondiente al peso de una altura H de suelo.

(**) Usualmente la presión admisible sobre el terreno se fija a la vista de las características del mismo. Sin embargo, debería considerarse el ángulo de inclinación de la resultante para fijar las tensiones admisibles. En este sentido puede obtenerse información en la bibliografía (5) y (7).

De acuerdo con ello, y para un mismo terreno, los muros tipo C deberían dimensionarse con menor tensión admisible que los del tipo A y B .

Para la práctica del método deben tenerse en cuenta las siguientes observaciones:

- a) Si la seguridad a deslizamiento se ha de conseguir mediante el rozamiento, el valor y/H es fijo, y, en general, se obtienen muros del tipo *A* si el valor de μ es bajo, y del tipo *B* si el valor de μ es alto. Para el valor y/H dado, la solución es única, como vimos en el apartado 5 k).
- b) Si el deslizamiento se impide sin contar con el rozamiento, los valores y/H , B/H pueden ser cualesquiera, sin más limitaciones que las impuestas por las tensiones.
- c) Los muros del tipo *C*, para presentar seguridad suficiente, han de tener su deslizamiento impedido sin contar casi con el rozamiento. Aun en ese caso, son muros muy sensibles a la mayoración del empuje, ya que no tienen prácticamente peso estabilizador de tierras.

Una forma de evitar estos inconvenientes es dar al muro un gran espesor de alzado y de canto de zapata; en definitiva, proyectar muros pesados, lo cual suele ser anti-económico (*). En casos de límites de propiedad puede ser, sin embargo, obligado el empleo de este tipo.

- d) De acuerdo con numerosas comprobaciones realizadas, el manejo de los gráficos proporciona resultados con error menor del 10 %, excepto en la zona inferior correspondiente, como dijimos, a los muros sin talón.

En dicha zona puede apreciarse que la variación de las curvas es muy fuerte; y por otra parte, al no existir relleno de tierras, la hipótesis b), del apartado 2, resulta muy poco exacta.

Como además este tipo de muros suele necesitar zapatas gruesas, también las hipótesis a) y d), del apartado 2, resultarán poco aproximadas.

En definitiva, para muros sin talón, el método proporciona solamente un dimensionamiento previo que habrá de ser comprobado directamente. Como decíamos, para los demás casos, la precisión alcanzada es suficiente para que el cálculo de comprobación no introduzca modificaciones.

- e) El método es utilizable también para los casos en que haya sobrecarga sobre el terreno, considerando la altura H incrementada en la altura de tierras equivalente a la sobrecarga.

7 Ejemplo

En un terreno, cuyo ángulo de rozamiento interno es $\varphi = 30^\circ$, necesitamos disponer un muro de 10 m de altura.

Sabiendo que la tensión máxima admisible, en servicio, del terreno de cimentación es de 2 kp/cm², y que la tensión máxima mayorada de dicho terreno es de 3 kp/cm², se desea dimensionar el muro sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre cimiento y suelo es $\mu = \operatorname{tg} 30^\circ = 0,577$.

(*) La razón de la preferencia por este tipo de muros está basada, muchos casos, en razones de dudosa economía y, normalmente, su ejecución se realiza hormigonando el alzado contra el terreno, con lo cual se evita el encofrado del trasdós. En estas condiciones el recubrimiento de la armadura es defectuoso, el trasdós no se puede impermeabilizar y no se dispone drenaje.

Ante la posible presencia de agua en el relleno y la ausencia de drenaje, la mayoración del empuje debería considerarse, frecuentemente, como una situación de servicio.

Supongamos una distribución lineal de tensiones:

- 1.º Si queremos que todo el deslizamiento sea absorbido por el rozamiento entre cimiento y suelo, el gráfico auxiliar de la figura 7 nos dice que:

$$\frac{y}{H} = 0,42 \text{ para } \mu = \text{tg } 30^\circ.$$

Como

$$\frac{\sigma}{H} = \frac{20 \text{ Mp/m}^2}{10 \text{ m}} = 2,0,$$

$$\frac{\sigma^*}{H} = \frac{30 \text{ Mp/m}^2}{10 \text{ m}} = 3,0,$$

la zona de muros posibles por tensiones sería la comprendida entre dichas curvas y la $e/B = 0$; por deslizamiento, los muros posibles estarían sobre la recta $y/H = 0,42$, siendo los puntos del segmento AB los que cumplen, simultáneamente, todas las condiciones; el punto A nos daría el muro con el valor de B más pequeño, que sería, por tanto, el indicado. Al punto A le corresponden los valores:

$$\frac{B}{H} = 0,58 \quad , \quad \frac{e}{B} = 0,088 \quad , \quad \frac{\sigma}{H} = 2 \quad , \quad \frac{\sigma^*}{H} = 2,95,$$

o lo que es igual:

$$y = 10 \times 0,42 = 4,2 \text{ m},$$

$$B = 10 \times 0,58 = 5,8 \text{ m},$$

$$e = 5,8 \times 0,088 = 0,51 \text{ m},$$

$$\sigma_{\max} = 2 \times 10 = 20 \text{ Mp/m}^2 = 2 \text{ kp/cm}^2,$$

$$\sigma^* = 10 \times 2,95 = 29,5 \text{ Mp/m}^2 = 2,95 \text{ kp/cm}^2.$$

Entrando en el ábaco de la figura 5 con $e/B = 0,088$, obtenemos:

$$\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0,325 \quad , \quad \sigma_{\min} = 0,325 \times 2 = 0,65 \text{ kp/cm}^2.$$

Si comprobamos este muro directamente, obtenemos:

$$\sigma_{\min} = 0,63 \text{ kp/cm}^2,$$

$$\sigma_{\max} = 2,10 \text{ kp/cm}^2,$$

$$e = 0,52 \text{ m}.$$

$$\sigma^* = 3,02 \text{ kp/cm}^2,$$

$$C_{sd} = 1,52,$$

$$C_{sv} = 2,88.$$

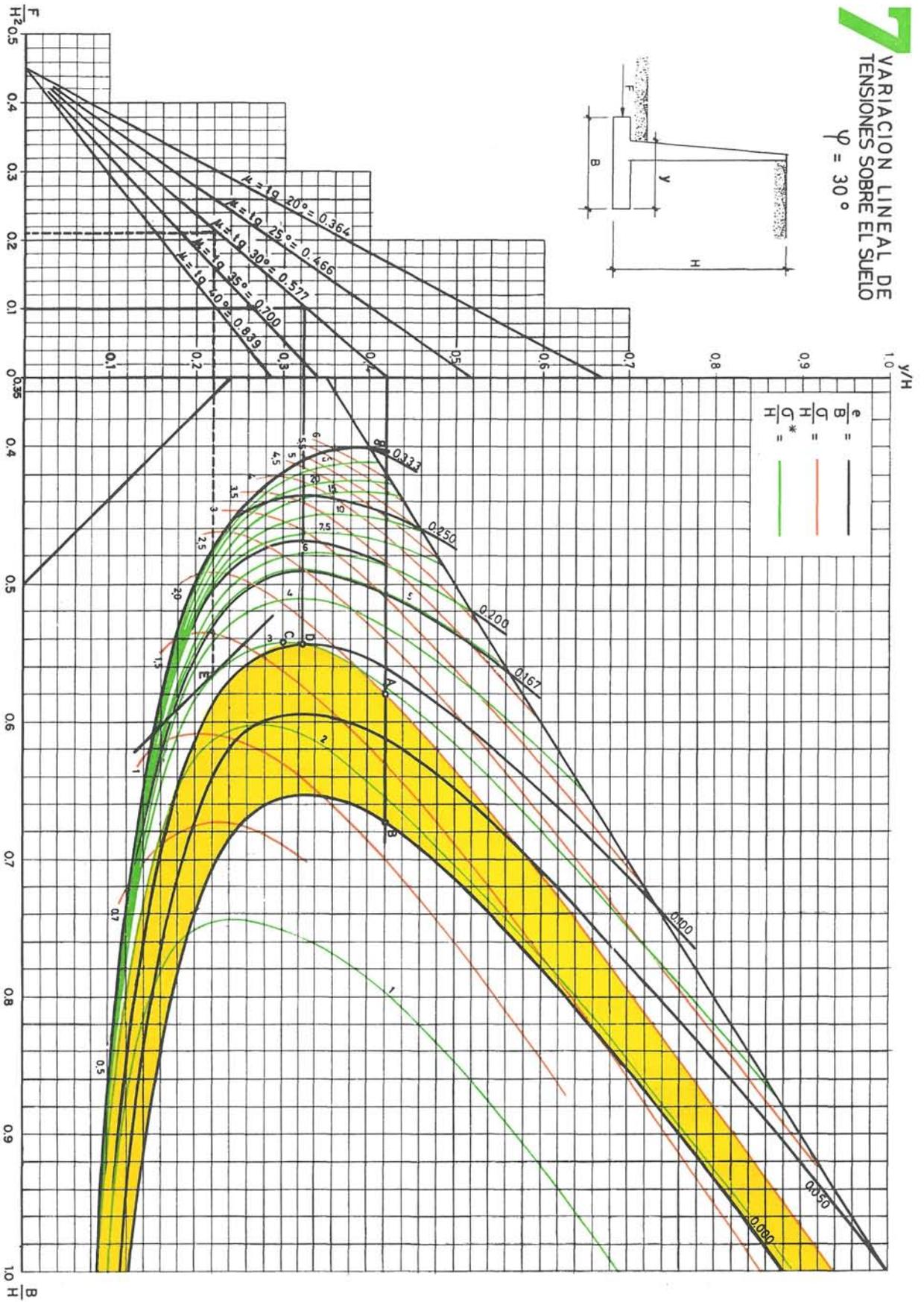
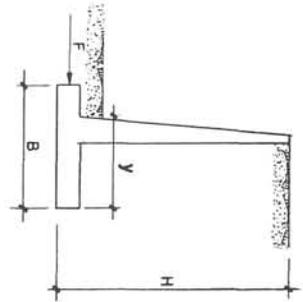
- 2.º Supongamos que podemos absorber parte del deslizamiento debido a la existencia de una solera apoyada contra la puntera del muro, capaz de soportar 10 Mp por m. l. de muro. Para obtener 1,5 de coeficiente de seguridad al deslizamiento, suponiendo $\mu = \text{tg } 30^\circ$, entraremos en el gráfico auxiliar con un valor:

$$\frac{F}{H^2} = \frac{10}{100} = 0,10 \text{ que, para la recta } \mu = \text{tg } 30^\circ, \text{ da:}$$

$$\frac{y}{H} = 0,324.$$



VARIACION LINEAL DE TENSIONES SOBRE EL SUELO $\varphi = 30^\circ$



Como las tensiones siguen siendo $\sigma \leq 2 \text{ kp/cm}^2$ y $\sigma^* \leq 3 \text{ kp/cm}^2$, las curvas $\sigma/H = 2,0$ y $\sigma^*/H = 3,0$ limitan la zona de muros posibles por tensiones, junto con la $e/B = 0$.

La recta $y/H = 0,324$ representa los muros posibles por deslizamiento, y el punto D , de ella, es el correspondiente al muro de base mínima que cumple, simultáneamente, las condiciones de tensiones y deslizamiento. A dicho punto le corresponden los valores:

$$\frac{\sigma}{H} = 1,8 \quad , \quad \frac{B}{H} = 0,545 \quad , \quad \frac{e}{B} = 0,105 \quad ,$$

o también:

$$y = 10 \times 0,324 = 3,24 \text{ m},$$

$$B = 10 \times 0,545 = 5,45 \text{ m},$$

$$e = 0,105 \times 5,45 = 0,577 \text{ m},$$

$$\sigma_{\max} = 10 \times 1,85 = 18,5 \text{ Mp/m}^2 = 1,85 \text{ kp/cm}^2,$$

$$\sigma^* = 10 \times 3 = 30 \text{ Mp/m}^2 = 3 \text{ kp/cm}^2;$$

entrando con $e/B = 0,105$ en el gráfico de la figura 5, en la escala de la izquierda tenemos:

$$\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0,225 \quad , \quad \sigma_{\min} = 0,225 \times 1,85 = 0,416 \text{ kp/cm}^2.$$

Comprobando directamente, tenemos:

$$\sigma_{\min} = 0,35 \text{ kp/cm}^2,$$

$$\sigma_{\max} = 1,96 \text{ kp/cm}^2,$$

$$e = 0,63 \text{ m},$$

$$\sigma^*_{\max} = 3,13 \text{ kp/cm}^2,$$

$$F = 9,75 \text{ Mp/m. l.},$$

que se absorberán con la solera apoyada contra el muro.

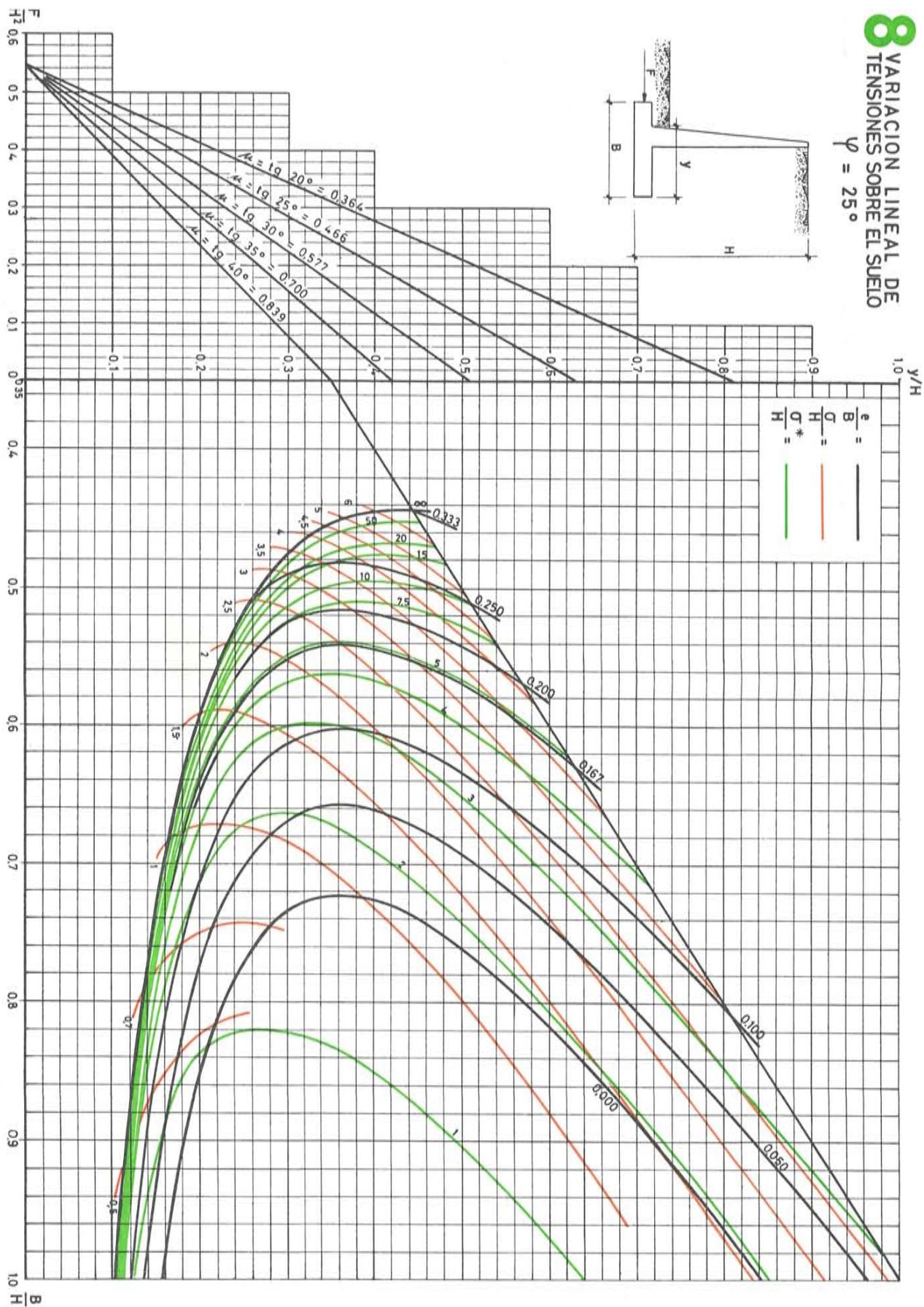
8 Método aproximado para el cálculo del muro de coste total mínimo

Ya se dijo en el punto 1) del apartado 5, que los muros de coste mínimo, en cuanto al coste del muro aisladamente, corresponden al punto de menor valor B de la zona de posibles soluciones.

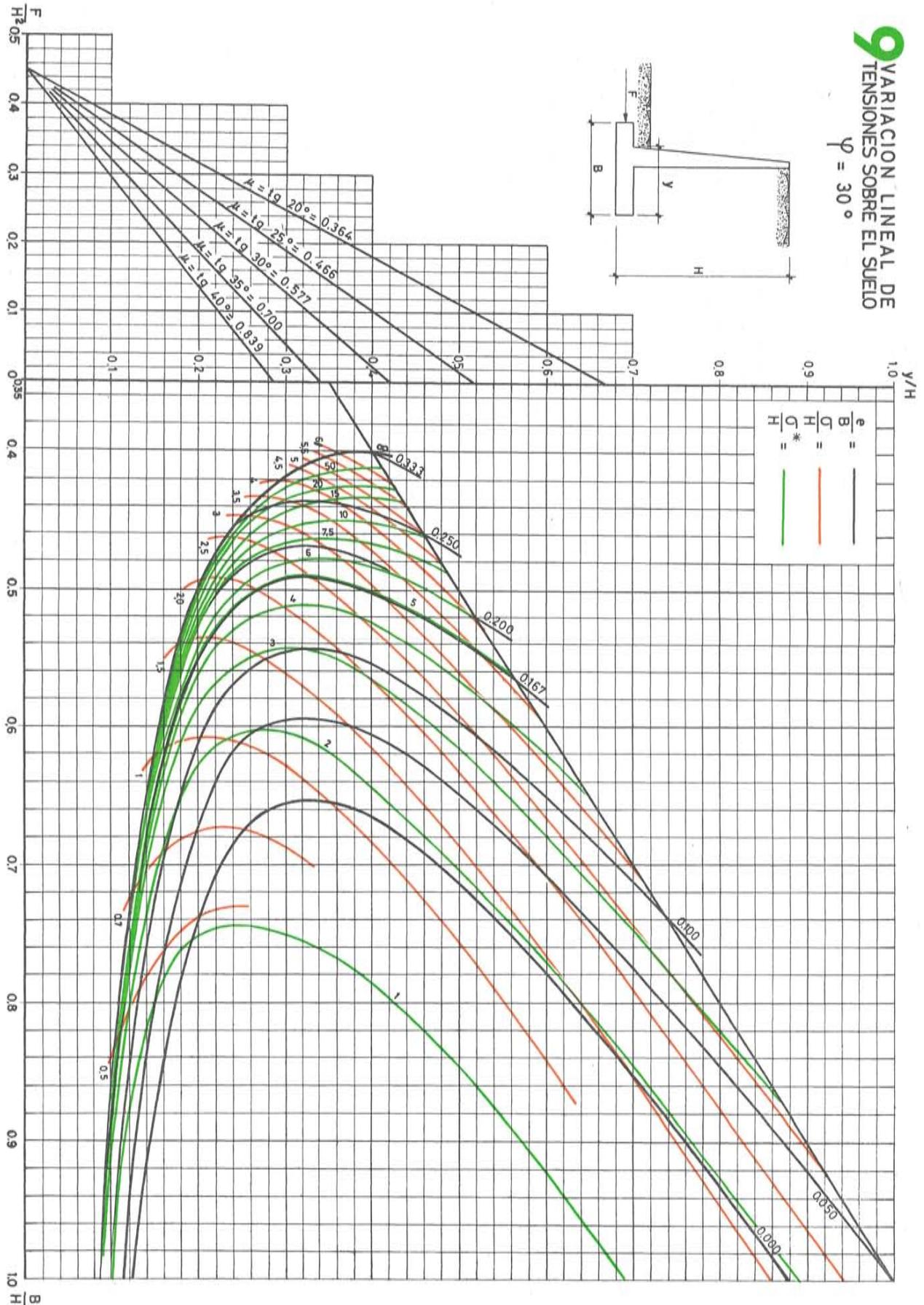
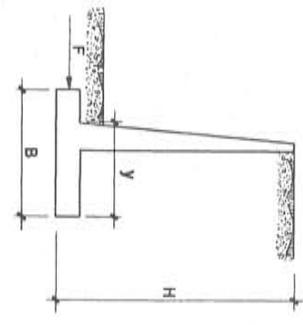
Si el muro se construye para sostener un terraplén de construcción posterior, esto constituye un criterio de coste mínimo total, puesto que al ser el valor de B el mínimo posible, lo es también la excavación de cimientos que es la única que hay que realizar.

En cambio, en muchos casos, el muro se destina a la contención de un terreno que ha de excavar en una altura H . Si se tiene en cuenta la excavación del terreno en toda su altura H para la construcción del talón, no se puede asegurar que un muro, con mayor base que otro y, por lo tanto, con más hormigón en cimientos pero con menor valor y de talón, que disminuya el coste de excavación y relleno, no conduzca a un coste menor. (Por

8 VARIACION LINEAL DE TENSIONES SOBRE EL SUELO $\varphi = 25^\circ$

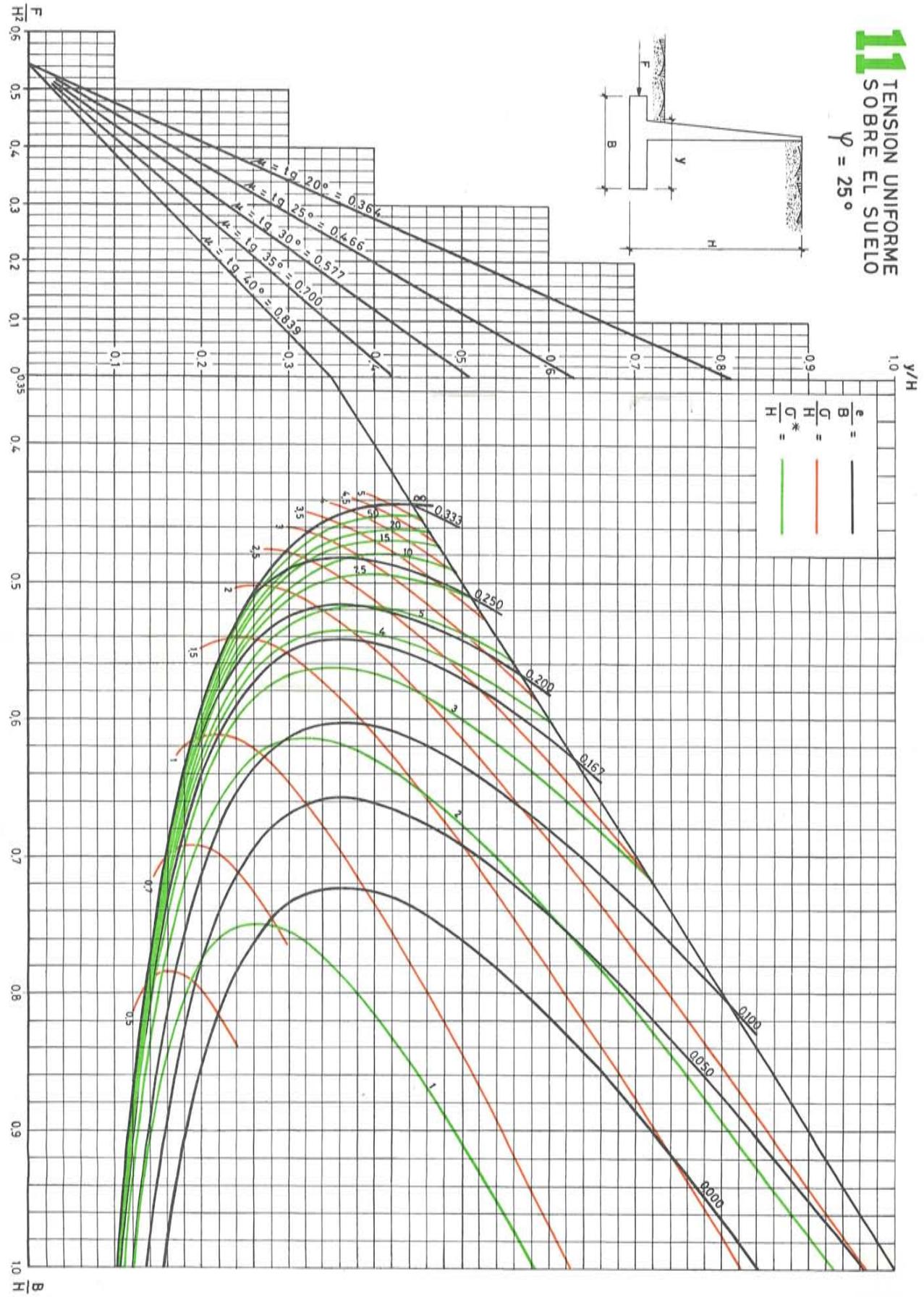
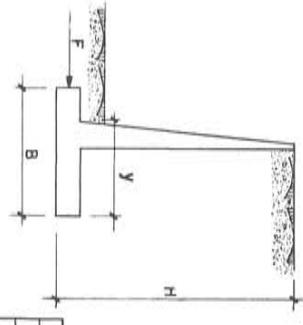


9 VARIACION LINEAL DE TENSIONES SOBRE EL SUELO $\varphi = 30^\circ$

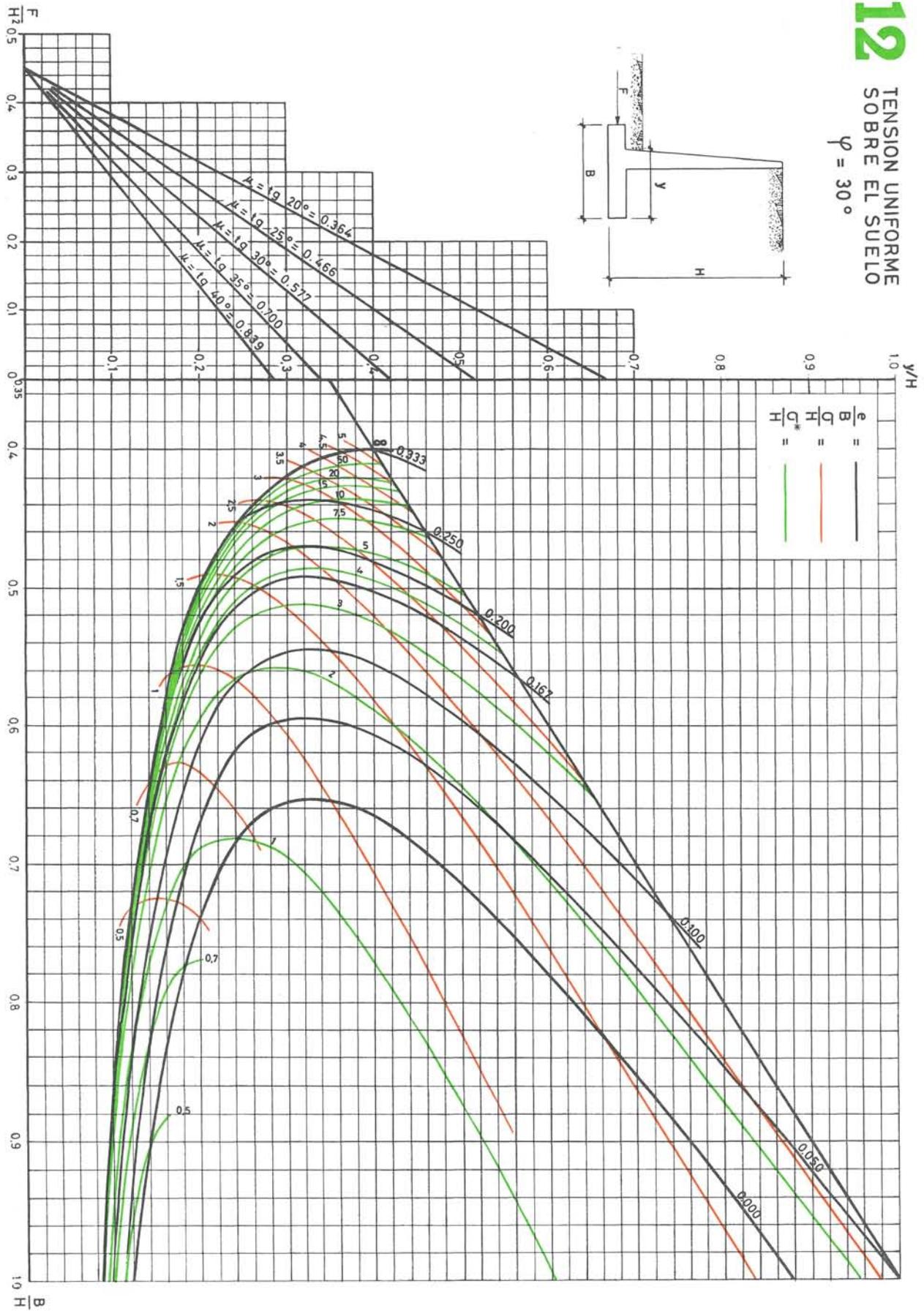
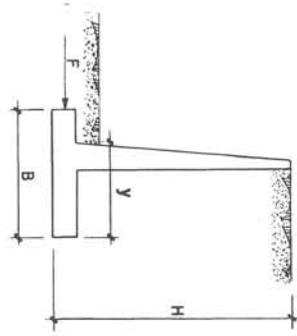


TENSION UNIFORME SOBRE EL SUELO

$\varphi = 25^\circ$

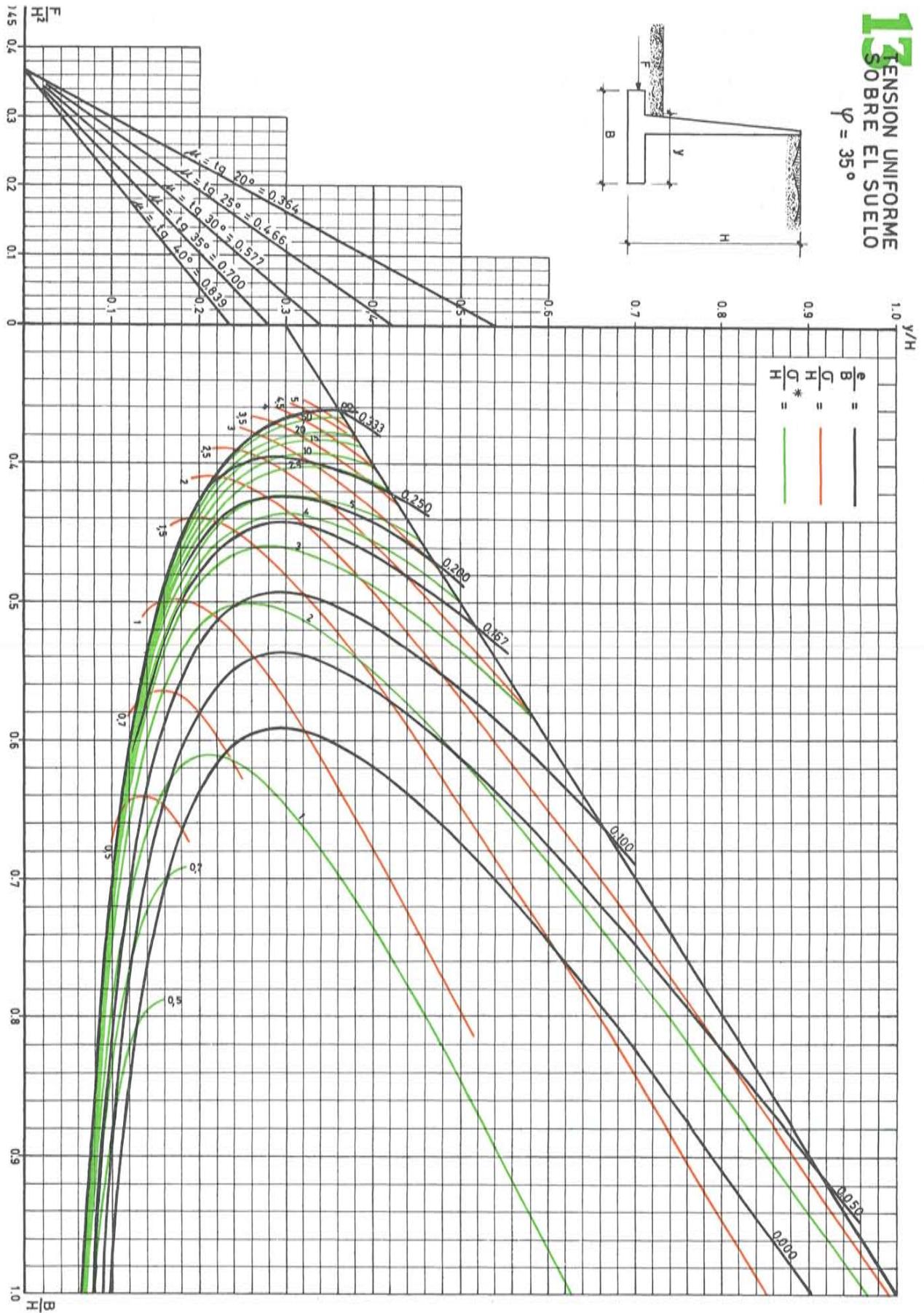
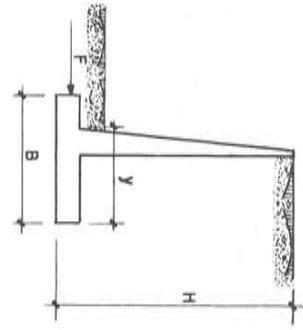


TENSION UNIFORME SOBRE EL SUELO $\varphi = 30^\circ$



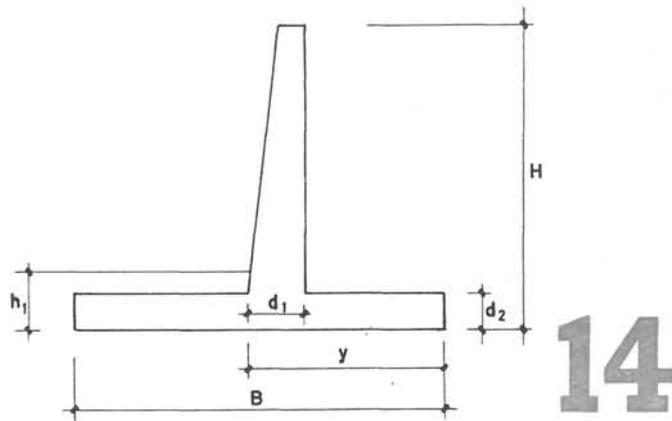
13 TENSION UNIFORME SOBRE EL SUELO

$\varphi = 35^\circ$



supuesto, en todo este problema, el coste del alzado del muro es constante para todas las soluciones de valores y/H , B/H).

Se vio que los valores y/H , B/H correspondientes a la solución de mínimo coste total, estaban en la curva límite inferior de los diagramas (ver, por ejemplo, fig. 7) (*).



A continuación se detalla un método aproximado para encontrar la solución de coste total mínimo.

De acuerdo con lo indicado en la figura 14 y llamando:

C_h = coste en pesetas del m^3 de hormigón en cimientos (incluso armadura, pero sin excavación ni, por supuesto, encofrado),

C_e = coste en pesetas del m^3 de excavación,

C_r = coste en pesetas del m^3 de relleno y compactación,

$d_1 = \alpha \cdot H$,

$d_2 = \beta \cdot H$,

$h_1 = \lambda \cdot H$,

los valores α y β pueden estimarse en cada caso concreto con buena aproximación, y el valor de λ , es decir, de la profundidad mínima de cimentación, es también un dato de partida.

El coste total se compone de las partidas siguientes:

Hormigón en cimientos:

$$C_1 = B \cdot d_2 \cdot C_h.$$

Excavación:

$$C_2 = (B - y + d_1) h_1 \cdot C_e + H (y - d_1) C_e.$$

Relleno:

$$C_3 = (B - y) (h_1 - d_2) C_r + (y - d_1) (H - d_2) C_r;$$

(*) Obsérvese que este valor mínimo se obtiene agotando la tensión mayorada y no la de servicio, como parecería lógico.

operando y sustituyendo y llamando C_T al coste total en pesetas por m. l. de muro:

$$\frac{C_T}{H^2} = \frac{B}{H} \left[\beta (C_h - C_r) + \lambda (C_e + C_r) \right] + \frac{y}{H} \left[(1 - \lambda) (C_e + C_r) \right] + \left[C_e \alpha (\lambda - 1) - C_r \alpha (1 - \beta) \right].$$

Es decir, que en los diagramas de cálculo de muros, las líneas de coste total constante son, para valores dados en cada caso de $C_h, C_e, C_r, \alpha, \beta, \lambda$, un haz de rectas paralelas y de coste creciente al alejarse del origen.

El coeficiente angular de estas rectas vale:

$$m_1 = \frac{\lambda + \beta \cdot \frac{C_h - C_r}{C_e + C_r}}{\lambda - 1},$$

que puede ponerse en la forma:

$$m_1 = \frac{\frac{h_1}{H} + \frac{d_2}{H} \cdot \frac{C_h - C_r}{C_e + C_r}}{\frac{h_1}{H} - 1}.$$

Dibujada una recta cualquiera en el diagrama con dicho coeficiente angular, basta trazar la tangente a la curva límite, paralela a esa dirección, para obtener el muro de coste mínimo cuyos valores $y/H, B/H$ son los del punto de tangencia.

Véase un ejemplo:

En un terreno necesitamos disponer un muro de 9 m de altura.

Sabiendo que la tensión máxima admisible, en servicio, del terreno de cimentación es de 1,8 kp/cm², y que la tensión máxima admisible de dicho terreno es 2,7 kp/cm², se desea dimensionar el muro de coste mínimo para un ángulo de 30°.

Sabemos que:

$$\frac{\sigma}{H} = \frac{18 \text{ Mp/m}^2}{9 \text{ m}} = 2 \quad \text{y} \quad \frac{\sigma^*}{H} = \frac{27 \text{ Mp/m}^2}{9} = 3,$$

que nos limitan la zona sombreada de la figura 7.

Supongamos:

$$C_h = 1.300 \text{ ptas./m}^3, \quad C_e = 130 \text{ ptas./m}^3,$$

$$C_r = 120 \text{ ptas./m}^3,$$

$$\alpha = 0,1, \quad \beta = 0,1, \quad \lambda = 0,15,$$

tendremos:

$$m_1 = \frac{0,15 + 0,1 \cdot \frac{1.300 - 120}{130 + 120}}{0,15 - 1} = -0,74;$$

y trazando la tangente de pendiente $-0,74$ (ver fig. 7) obtenemos el punto E , al que corresponde:

$$\frac{y}{H} = 0,22, \quad \frac{B}{H} = 0,566, \quad \frac{\sigma}{H} = 1,3, \quad \frac{\sigma^*}{H} = 3,$$
$$y = 1,98 \text{ m}, \quad B = 5,094 \text{ m}, \quad \sigma = 1,17 \text{ kp/cm}^2,$$

que corresponden al muro de menor coste.

Vemos que para $y/H = 0,22$ necesitaríamos un valor de μ superior a $0,839$, prácticamente imposible en la práctica:

Si el valor de μ fuese $\mu = 0,577$, tendríamos que absorber una fuerza de $F = 0,21 H^2$ (ver figura 7), es decir, $F = 0,21 \times 81 \text{ Mp/m. l.} = 17 \text{ Mp/m. l.}$, con el empuje pasivo sobre el frente de la puntera y/o una estructura exterior.

Otra solución sería, disponer un tacón que absorbiera el valor total $F/H^2 = 0,45$, $F = 0,45 \times 81 \text{ Mp/m. l.}$ En este caso no sería válido el proceso de obtención de coste mínimo seguido, ya que sería necesario considerar el coste del tacón.

NOTA: Los autores desean expresar su agradecimiento a las numerosas personas que leyeron el manuscrito y comunicaron ideas para su mejora. De forma especial al profesor Dr. Arquitecto J. Lahuerta y al Dr. Ingeniero de Caminos P. Bueno, por sus múltiples sugerencias, y al Departamento de Estructuras de INTEMAC, S. A. por su colaboración en el desarrollo de los diagramas.

Bibliografía

- (1) DUNHAM, C. W.: *Foundations of structures*. Segunda edición. McGraw-Hill. Nueva York, 1962.
- (2) ENTRECANALES IBARRA, J.; LORENTE DE NO, C.: *Muros y taludes*.
- (3) JIMÉNEZ SALAS, J. A.: *Mecánica del suelo*. Dossat. Madrid, 1954.
- (4) LAHUERTA, J.: *Mecánica del suelo*. Madrid, 1963.
- (5) MEYERHOF, G. G.: *The Bearing capacity of foundation under eccentric and inclined loads*. Proceedings the 3rd International Conference on Soil Mechanics.
- (6) PRIOLO, D.: «Les criteres de stabilite et les dimensions rationnelles des murs de soutènement et béton armé». *Béton Armé*, núm. 49, 1963.
- (7) TENG, W. C.: *Foundations design*. Prentice-Hall. Nueva Jersey, 1962.
- (8) WINTER, G.; URQUART, L. C.; O'ROURNE, C. E., y NILSON, A. H.: *Design of concrete structures*. Séptima edición. McGraw-Hill, Nueva York, 1963.

Une méthode pour le projet des murs de soutènement

J. Calavera Ruiz, Dr. Ing. des Ponts et Chaussées
A. Cabrera Belmont, sous-ingénieur des Travaux Publics

Les auteurs décrivent un procédé pour le dimensionnement de murs de soutènement qui évite les essais préalables pour l'adaptation des dimensions du mur. Les graphiques inclus permettent de calculer, en fonction des caractéristiques du terrain soutenu et de celles du sol de fondation, les différentes dimensions du mur. En plus de l'analyse de la situation du mur en service, est présentée l'étude sous l'action d'une valeur majorée de la poussée.

Pour le cas de murs usuels sur terrain horizontal, cette méthode procure assez de précision pour effectuer le travail pratique. Des graphiques sont également inclus pour le cas où l'on considérerait une distribution linéairement variable des pressions du sol sur la fondation, et pour le cas où cette distribution serait considérée à valeur constante.

A method for the design of contention walls

J. Calavera Ruiz, Dr. civil engineer.
A. Cabrera Belmont, Assistant civil engineer

The authors describe a method for the design of contention walls, which avoids initial trial and error attempts to arrive at the approximate dimensions of the structure. The graphs given in the text make it possible, in terms of the fill and foundation soil, to calculate the various parameters of the contention wall. Apart from analysing the behaviour of the wall under normal conditions, a study is also made of the case when a thrust overload is assumed.

The proposed method, for the case of normal contention walls, with horizontal ground, gives an adequate accuracy for practical purposes. Graphs are provided for the case in which it is assumed that there is a linear variation in soil pressure on the foundation, and also for the case when this pressure is constant.

Eine Methode zum Entwurf von Stützmauern

Dr. J. Calavera Ruiz, Hoch- und Tiefbauingenieur
A. Cabrera Belmont, Techniker in Öffentlichen Arbeiten

Die Autoren beschreiben hier ein Verfahren zur Errechnung von Stützmauern, welches die vorausgehende Berechnung der Mauerntmasse unnötig macht. An Hand der beigefügten Graphiken können die verschiedenen Masse einer Mauer unter Berücksichtigung der Beschaffenheit des Geländes und der Fundamente ermittelt werden. Das Verhalten der Mauer unter verschiedenen Arbeitsbedingungen auch unter erhöhter Stosseinwirkung wird hier berücksichtigt.

Wenn es sich um gewöhnliche Mauern auf waagrechtem Gelände handelt, ist diese Methode exakt genug für die Praxis. Bei ungleichen Belastungsfällen kann man auf Grund von beigefügten Graphiken die Mauerntmasse bestimmen.

fe de erratas

Por causas que nos son ajenas, en el artículo «Un método para el proyecto de muros de contención», de J. Calavera Ruiz y A. Cabrera Bellmont, número 875-1, aparecido en el número 210 de nuestra revista, se han apreciado las siguientes erratas:

- 1) La figura número 4 está invertida.
- 2) La figura número 7 tiene sombreada en amarillo la zona comprendida entre la curva $\frac{\sigma}{H} = 2$ (en rojo), la $\frac{\sigma^*}{H} = 3$ (en verde) y la $\frac{e}{B} = 0,10$ (en negro). La zona sombreada debe ser la comprendida entre las curvas $\frac{\sigma}{H} = 2$ (en rojo) y $\frac{\sigma^*}{H} = 3$ (en verde), habiéndose omitido, en la parte inferior, el sombreado de la zona comprendida entre la curva $\frac{\sigma^*}{H} = 3$ (en verde) y la $\frac{e}{B} = 0,10$ (en negro).