una solución práctica al problema de la flexocompresión esviada

FRANCISCO MORAN, Ingeniero de Caminos
ALVARO GARCIA MESEGUER, Dr. Ing. de Caminos

sinopsis Se presenta un método para el estudio numérico del comportamiento elastoplástico de secciones de hormigón armado sometidas a flexión o a flexocompresión esviada. Se parte de las bases de cálculo usuales, admitiendo cualquier tipo de diagramas tensión-deformación para los materiales y, mediante la aplicación del cálculo electrónico, se preparan ábacos que definen todos los posibles estados de agotamiento resistente de la sección estudiada. Para el dimensionamiento de las secciones más frecuentes en la práctica se han elaborado ábacos adimensionales, cuya utilización se aclara con un ejemplo numérico.

450-9

introducción

Frecuentemente se enfrenta el proyectista al problema del dimensionamiento de secciones de hormigón armado sometidas a flexión o flexocompresión esviada, cuya solución, bastante laboriosa ya aplicando las teorías clásicas, le resulta además incierta si trabaja en agotamiento, pues casi ninguna Norma proporciona procedimientos concretos de cálculo, ni existen tampoco muchos estudios con suficiente rigor teórico y base experimental.

Pretendiendo llenar este hueco se ha emprendido en el Instituto Eduardo Torroja un programa teórico-experimental de estudios, dirigido por el Dr. Ing. Jaime Nadal, y en el que colaboran las Secciones de Teoría del Hormigón, de Cálculo Electrónico y de Ensayos Mecánicos, del cual se resumen aquí algunos resultados parciales (*).

bases de cálculo

Según las recomendaciones del C. E. B. para el cálculo en agotamiento de secciones de hormigón armado sometidas a flexocompresión, se partirá de las bases siguientes:

- a) deformación plana de la sección;
- b) diagramas tensión-deformación para el acero y para el hormigón en flexocompresión, que deberán obtenerse experimentalmente;

(*) Para más detalle, ver el artículo de los autores sobre este tema en «Hormigón y Acero», revista de la A. E. H. P., número 78, enero-marzo 1966.

- c) deformación límite en la fibra más comprimida del hormigón, $(\varepsilon_b)_{\text{lim}}$, también fijada sobre base experimental, que caracterice el estado de agotamiento resistente;
- d) aplicación de las condiciones de equilibrio a la sección, igualando la resultante y los momentos de las tensiones internas con los esfuerzos exteriores.

aplicación de estas bases al estudio de una sección

Dada una sección rectangular (*) de hormigón armado sometida a una compresión axil doblemente excéntrica, N , definida en magnitud y posición (fig. 1), su comprobación partiendo de las bases mencionadas exigiría encontrar la posición de la fibra neutra y el valor de la deformación del hormigón en la esquina más comprimida, que caracterizasen la distribución de deformaciones y, por tanto, de tensiones, capaz de equilibrar a dicha N . La sección sería aceptable si dicha deformación $(\varepsilon_b)_{\text{max}}$ resultase menor que la $(\varepsilon_b)_{\text{lim}}$, que, según c), produce el agotamiento.

Tenemos, pues, tres parámetros a determinar (los coeficientes a y b , que nos fijan la posición de la fibra neutra, y el valor $(\varepsilon_b)_{\text{max}}$ de la máxima deformación) y el valor $(\varepsilon_b)_{\text{lim}}$ de la máxima deformación) y otras tantas condiciones a satisfacer, que son las del equilibrio de la sección (una de fuerzas y dos de momentos con respecto a los dos ejes); con lo que parece que el sistema está determinado, de acuerdo con la intuición mecánica, que nos dice que su solución es única.

Sin embargo, si admitimos para los materiales diagramas definidos experimentalmente, no será posible, en general, expresar analíticamente dichas condiciones en función de los valores de los parámetros para llegar a un sistema de ecuaciones. Un método iterativo de tanteos y correcciones podría conducir a la solución, pero teniendo tres grados de libertad no parece aconsejable este sistema.

Para todas las aplicaciones prácticas nos bastaría, sin embargo, con el conocimiento de la función $N_{\text{lim}} = N_{\text{lim}}(e_x, e_y)$, que nos da, para cada posición de la fuerza definida por sus excentricidades e_x, e_y , el valor N_{lim} de la misma que agota la sección, o sea, que produce, en su esquina más comprimida, una deformación igual a $(\varepsilon_b)_{\text{lim}}$ (fig. 2).

(*) Por razones de claridad nos referimos en lo que sigue a secciones rectangulares.

Fig. 1

En efecto, es evidente que dicha función debe ser unívoca; dicho de otro modo, si el valor de N del caso que nos ocupa resulta menor que el de N_{lim} correspondiente a las mismas excentricidades, podremos estar seguros de que también será $(\varepsilon_b)_{max} < (\varepsilon_b)_{lim}$ y, por tanto, de que no se producirá el agotamiento.

Este cambio de planteamiento permite la eliminación de uno de los parámetros—el valor de $(\varepsilon_b)_{max}$ que podemos fijar en $(\varepsilon_b)_{lim}$ —, reduciendo el estudio de todos los posibles estados de la sección a sólo los de agotamiento.

Ahora bien, de la función

$$N_{lim} = N_{lim}(e_x, e_y)$$

podemos obtener tantos valores particulares como queramos. Basta para ello con ir tomando parejas de valores de los dos parámetros que nos fijan la posición de la fibra neutra, con lo que:

- 1) en virtud de *a*) conocemos la deformación en cualquier punto de la sección;
- 2) conocida la deformación, en virtud de *b*) conocemos la tensión en todos los puntos, tanto del hormigón como del acero;
- 3) compuestas vectorialmente estas tensiones obtendremos, en virtud de *d*), la posición (e_x, e_y) y magnitud N_{lim} de una compresión exterior que agota la sección.

Para definir la superficie representativa de dicha función basta, por lo tanto, con hacer variar metódicamente la posición de la fibra neutra un número grande de veces, para cubrir con una nube de puntos suficientemente densa la región del plano e_x - e_y que nos interese e interpolar entre los puntos así obtenidos las curvas de nivel correspondientes a valores constantes y redondos de N_{lim} .

Esto resulta posible gracias al cálculo electrónico. Uno de los autores ha realizado un programa, preparado en ALGOL, y por tanto, de validez universal, que no expondremos aquí por haber sido ya publicado y descrito con cierto detalle (*). Diremos únicamente que admite, como datos, diagramas teóricos o experimentales cualesquiera para los materiales; valor cualquiera de $(\varepsilon_b)_{lim}$; y cualquier número y posición de armaduras, siendo sus resultados las curvas de nivel correspondientes a tantos valores redondos de N_{lim} como se desee, definidas cada una de ellas por un número de puntos previamente establecido.

El programa mencionado permite a cualquier persona con acceso a un computador moderno el cálculo de cualquier sección rectangular de hormigón armado (**). Puede también resultar útil para la investigación del papel jugado por las distintas variables que intervienen en el fenómeno: cuantía, disposición de armaduras, formas de los diagramas, etc.; y aún puede ser un auxiliar de los ensayos para la contrastación de otras teorías basadas en hipótesis más sencillas, o de fórmulas prácticas de dimensionamiento.

(*) MORAN, F.: «Estudio de secciones de hormigón armado sometidas a flexocompresión esviada por medio de un computador digital». «Hormigón y Acero» (revista de la A. E. H. P.), núm. 72, julio-septiembre 1964.

(**) El empleo de este programa está a disposición de todos los técnicos que deseen resolver con él algún problema de flexocompresión esviada. Basta para ello con dirigirse a la División de Cálculo del Instituto Eduardo Torroja.

Fig. 2

ábacos adimensionales para algunas disposiciones de armaduras frecuentes en la práctica

Aplicando el programa anterior se han preparado series de ábacos adimensionales para el dimensionamiento de secciones (ábacos 1 a 4).

Fig. 3

Fig. 4

Los diagramas tensión-deformación elegidos para el hormigón y el acero son los de las figuras 3 y 4, y se ha tomado $(\epsilon_b)_{lim} = 35 \times 10^{-4}$. Las disposiciones de armaduras estudiadas son las siguientes:

- armaduras iguales en las cuatro esquinas (fig. 5),
- armaduras iguales en dos caras opuestas (fig. 6).

Está, además, en preparación una tercera disposición con armaduras iguales en las cuatro caras.

Las colecciones completas de ábacos se publican en un artículo aparte (1), donde puede encontrarse la forma en que se prepararon los mismos a partir del programa, la justificación de los diagramas y de la deformación límite elegidos y la comparación de sus resultados con la fórmula de la Instrucción Rusa, con la Instrucción H.A.61 (en flexión recta) y con algunos ensayos existentes.

Fig. 5

ejemplo de dimensionamiento

Si se tratase de dimensionar un soporte con los siguientes datos,

$a \times b = 0,40 \times 0,30$ m,
acero ordinario en las cuatro esquinas
(disposición núm. 1),

$\sigma'_b = 280$ kg/cm²,
 $N = 62,5$ t,
 $M_x = 6,8$ m · t,
 $M_y = 3,3$ m · t,
 $\gamma_b = 1,6$,
 $\gamma_s = 1,5$,
 $\gamma_a = 1,2$,

tendríamos:

$$\sigma_b^* = \frac{280}{1,6} = 175 \text{ kg/cm}^2 = 1.750 \text{ t/m}^2,$$

$$N^* = 1,1 \times 1,5 \times 62,5 = 103,1 \text{ t},$$

$$n^* = \frac{103,1}{1.750 \times 0,40 \times 0,30} = 0,49,$$

$$\frac{e_x}{a} = \frac{6,8}{62,5 \times 0,40} = 0,272,$$

$$\frac{e_y}{b} = \frac{3,3}{62,5 \times 0,30} = 0,176,$$

y entrando en el ábaco $n^* = 0,50$ obtendríamos: $\varpi = 0,18$

$$\text{y, por tanto: } A = \frac{0,18 \times 1.750 \times 0,40 \times 0,30}{24.000 : 1,2} = 0,0019 \text{ m}^2 = 19 \text{ cm}^2 < 4 \varnothing 25.$$

Fig. 6

(1) "Hormigón y Acero", revista de la A. E. H. P., núm. 78, enero-marzo 1966.

ábacos

$$N^* = 1,1 \gamma_s N$$

$$n^* = \frac{N^*}{\sigma_b^* \cdot a \cdot b}$$

$$\varpi = \frac{A \cdot \sigma_a^*}{\sigma_b^* \cdot a \cdot b}$$

$$n^* = 0.50$$

$$n^* = 0.80$$

$$N^* = 1,1 \delta_s N$$

$$n^* = \frac{N^*}{\sigma_b^* \cdot a \cdot b}$$

$$\beta = \frac{A \cdot \sigma_a^*}{\sigma_b^* \cdot a \cdot b}$$

Une solution pratique au problème de la flexocompression déviée

Francisco Morán, ingénieur des Ponts et Chaussées.
Alvaro García Meseguer, Dr. ing. des Ponts et Chaussées.

Cet article présente une méthode pour l'étude numérique du comportement élastoplastique de sections en béton armé soumises à flexion ou à flexocompression déviée. Partant des bases de calcul usuelles, admettant n'importe quel type de diagramme tension-déformation pour les matériaux et à l'aide de l'application de cellules électroniques on prépare des abaques qui définissent tous les possibles états d'épuisement résistant de la section étudiée. Pour le dimensionnement des sections les plus fréquentes dans la pratique ont été élaborés des abaques adimensionnels dont l'utilisation est éclairée par un exemple numérique.

A practical solution to the problem of skew bending with compression

Francisco Morán, civil engineer.
Alvaro García Meseguer, Dr. civil engineer.

A method is given for the numerical calculation of the elastoplastic behaviour of reinforced concrete sections subjected to skew bending or to skew bending and compression. The standard calculation assumptions are initially made, and any type of stress strain diagrams for the materials are accepted as valid. Then, making use of electronic calculation procedures, charts are prepared, which determine all the possible states of ultimate strength capacity for the section that is being considered. For the design of the most frequently used sections, non dimensional charts have been worked out, whose use is made clear by way of an example.

Eine praktische Lösung zum Problem der zusammengesetzten Schrägbiegung

Francisco Morán, Strassenbauingenieur.
Alvaro García Meseguer, Dr. Strassenbauingenieur.

Es wird eine Methode für die rechnerische Erfassung des elastoplastischen Verhaltens von Eisenbetonschnitten bei zusammengesetzter Schrägbiegung gezeigt. Ausgehend von den üblichen Berechnungsgrundlagen unter Annahme irgendeines Typs von Verformungsspannungs-Diagrammen für die Materialien, werden unter Anwendung der elektronischen Berechnung Tafeln erstellt, welche alle möglichen dauerhaften Ermüdungszustände des untersuchten Schnittes definieren. Zur Dimensionierung der praktisch am häufigsten vorkommenden Schnitte, sind adimensionale Tafeln erstellt worden, deren Verwendung in einem rechnerischen Beispiel erläutert wird.