

# fórmulas simplificadas de dimensionamiento de cables

SANDRO ROCCI, ingeniero de caminos

438-2

## sinopsis

Se estudia el problema de un cable simplemente apoyado y sometido, además de a su peso propio, a un sistema de cargas iguales y equidistantes.

Planteado el problema con toda generalidad, se resumen la influencia de la distribución de cargas y de la forma geométrica del vano, en unos parámetros que permiten dimensionar el cable. Unos ábacos hacen más fácil la aplicación de la fórmula.

## 1. Objeto del estudio

Exceptuando el caso en que haya que utilizar un cable fijado de antemano, por razones de disponibilidad u otras análogas, el método de dimensionamiento que se utiliza corrientemente resulta poco claro y, además, no considera todas las variables que intervienen en el problema.

Estas variables son las siguientes (fig. 1):

La luz en planta del vano,  $L$ .

El ángulo de inclinación de la cuerda,  $\alpha$ .

La flecha en el centro del vano,  $f$ .

El diámetro del cable,  $D$ , y su peso unitario,  $p$ .

La carga total en el vano,  $P_{tot}$ , que en este caso supondremos descompuesta en  $n$  cargas aisladas y equidistantes una distancia  $e$  en proyección horizontal, cada una de las cuales tiene un peso  $P$ .

Las diversas casas constructoras de cables proporcionan unas fórmulas del tipo:

$$D = K\sqrt{P_{tot}} \quad [1]$$

El coeficiente  $K$ , según puede verse en: Aracil, «Apuntes de maquinaria», XXXV, 14, depende del tipo de cable, y vale:

Cable cordón espiral: 1,11 milímetros  $\cdot$   $\text{kg}^{-1/2}$ .

Cable cerrado: 1,17 a 1,40.

Cable semicerrado: 1,21.

Cable de cordones: 1,93 a 2,23.

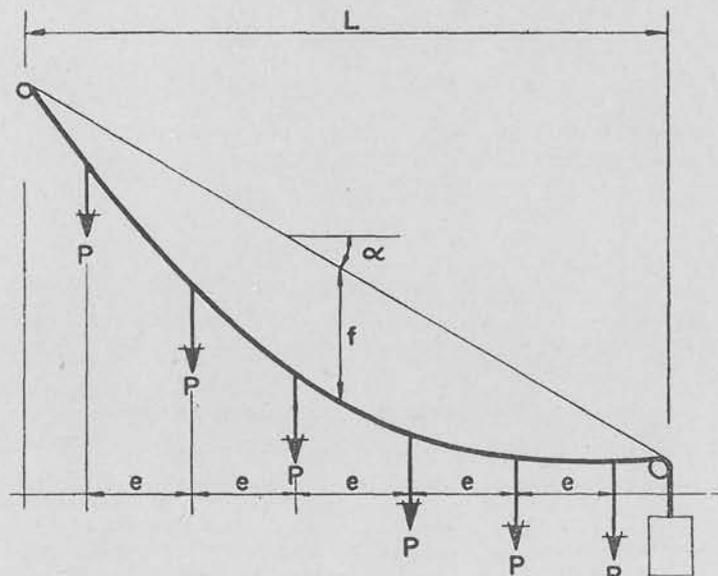


Fig. 1

Es evidente la relación directa existente entre la carga total soportada y el cuadrado del diámetro del cable, esto es, su sección transversal, de la que dependen directamente las propiedades resistentes. Sin embargo, el coeficiente  $K$  no sólo debe depender del tipo de cable (y de la calidad del acero que constituye los alambres), sino también de la forma y tamaño del vano considerado.

En este artículo se aborda el problema bajo esta forma más general, distinguiendo precisamente estas dos influencias: el cable, sus propiedades resistentes y su peso, por un lado; y el vano, sus dimensiones, su forma y sus cargas, por otro lado.

## 2. El cable

Restringiremos por ahora este estudio a los cables-cordones de alma metálica que, gracias a su menor deformabilidad, son los más utilizados para funciones sustentantes. La extensión de este estudio a otros tipos de cable resultaría fácil, pues sólo se trataría de definir ciertos parámetros propios del cable.

### 2.1. Sección real y aparente.

En un cable formado por  $m$  coronas concéntricas de alambres de diámetro  $d$  alrededor de un alma central del mismo alambre (fig. 2), se cumplen las siguientes relaciones:

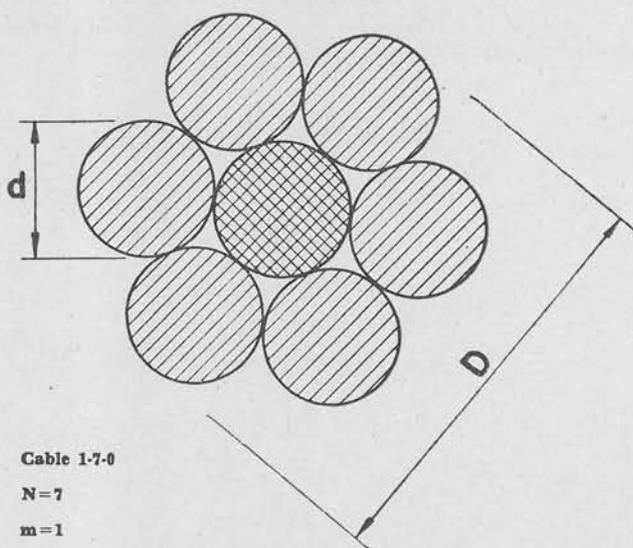


Fig. 2

Número de alambres:

$$N = 1 + 3m(m + 1) \quad [2]$$

Diámetro del cable:

$$D = (2m + 1)d \quad [3]$$

En el supuesto de que todos los alambres fuesen paralelos al eje del cable, la relación entre la sección real,

$$A = N \frac{\pi}{4} d^2 \quad [4]$$

y la sección aparente,

$$A' = \frac{\pi}{4} D^2 \quad [5]$$

estará dada por un coeficiente de relleno menor que la unidad:

$$K_1 = A/A' = \frac{1 + 3m(m + 1)}{(2m + 1)^2} \quad [6]$$

En la siguiente tabla se consignan los valores de  $K_1$  correspondientes a diversos tipos de cables-cordones de alma metálica:

$m$	TIPO DE CABLE	$K_1$
1	1-7-0	$7/9 = 0,778$
2	1-19-0	$19/25 = 0,760$
3	1-37-0	$37/49 = 0,755$
4	1-61-0	$61/81 = 0,753$

De las expresiones anteriores es fácil deducir que el valor asintótico de  $K_1$ , al crecer  $m$ , es igual a  $3/4 = 0,750$ .

## 2.2. Sección resistente.

Para cada tipo de cable existe una relación entre la tensión de rotura del alambre de que está constituido y la tensión de rotura del cable. Dicha relación, menor que la unidad, tiene su origen en dos hechos:

— los alambres no son paralelos, sino que poseen inclinación respecto al eje del cable (ángulo de cableado), lo cual hace que sus secciones transversales no sean circulares, sino elípticas;

— los alambres se aprietan unos contra otros al estirar el cable, debido al cableado; de ello resulta que su resistencia conjunta sea menor que la que tendría cada alambre por separado, puesto que a la tracción longitudinal se añaden una o dos compresiones transversales.

El factor de reducción,  $K_2$ , llamado «coeficiente de cableado», viene dado por la expresión:

$$K_2 = \frac{T_c}{A\sigma_a} \quad [7]$$

en la que:

$T_c$  es la tensión de rotura del cable;

$A$ , la sección transversal real del cable;

$\sigma_a$ , la tensión de rotura del alambre.

En consecuencia, la relación entre la tensión de rotura del cable, la tensión de rotura del alambre y el diámetro aparente del cable, viene dada por:

$$T_c = K_2 A \sigma_a = K_1 K_2 A' \sigma_a = K_1 K_2 \frac{\pi}{4} D^2 \sigma_a = K_3 D^2 \sigma_a \quad [8]$$

El coeficiente  $K_3$  define las propiedades resistentes del cable, y es igual a:

$$K_3 = K_1 K_2 \frac{\pi}{4} \quad [9]$$

Los valores de  $K_2$  y  $K_3$  que se consignan en la tabla siguiente, se han deducido de los datos publicados por el I. E. T. c. c. en su Manual «Cables».

m	TIPO DE CABLE	$K_2$	$K_3$
1	1-7-0	0,930	0,568
2	1-19-0	0,869	0,519
3	1-37-0	0,848	0,503
4	1-61-0	0,829	0,490

## 2.3. Peso propio.

También del Manual «Cables», del I. E. T. c. c., se ha deducido empíricamente que para todos los cables antes citados es válida la expresión:

$$p = 0,00508D^2 \quad [10]$$

en la cual:

$p$  es el peso del cable (en kg/m);

$D$ , su diámetro aparente (en mm).

### 3. El vano

Como se dijo en la primera parte del artículo, la forma del vano queda definida por:

Su luz en planta,  $L$ .

El ángulo de inclinación de la cuerda,  $\alpha$ .

La flecha en el centro,  $f$ .

Las dos primeras son datos topográficos; la segunda depende de las cargas y de la tensión que se admita en el cable.

#### 3.1. Flechas producidas por el peso del cable.

La flecha producida por el peso propio del cable es:

$$f_p = \frac{pL^2}{8H \cos \alpha} \quad [11]$$

#### 3.2. Flechas producidas por las cargas exteriores.

Supuesto que las cargas exteriores se organizan en un sistema de  $n$  cargas de valor  $P$ , equidistantes en planta,  $e$ , la flecha provocada será:

$$f_P = \frac{PL}{8H} q \quad [12]$$

Tanto en la ecuación [11] como en la [12],  $H$  representa la componente horizontal, constante, del esfuerzo sobre el cable.

El factor  $q$  que aparece en la fórmula [12] depende de  $n$ :

$$q = 2 \left( n - \frac{n^2}{2} \frac{e}{L} \right), \text{ si } n \text{ es par} \quad [13]$$

$$q = 2 \left( n - \frac{n^2 - 1}{2} \frac{e}{L} \right), \text{ si } n \text{ es impar} \quad [14]$$

Ahora bien: teniendo en cuenta que

$$e/L = n \quad [15]$$

por definición, se tendrá que si  $n$  es suficientemente grande,

$$q = n \quad [16]$$

y, por consiguiente, al ser

$$Pn = P_{tot} \quad [17]$$

la fórmula [12] quedará así:

$$f_P = \frac{P_{tot}L}{8H} \quad [18]$$

#### 3.3. Componente horizontal del esfuerzo sobre el cable.

La flecha total,  $f$ , será la suma de las producidas por el peso propio del cable [11] y por las cargas exteriores [18]. De la suma de sus expresiones, se puede despejar  $H$ :

$$H = \frac{L}{8f} \left( \frac{pL}{\cos \alpha} + P_{tot} \right) \quad [19]$$

### 3.4. Esfuerzo máximo sobre el cable.

El esfuerzo máximo sobre el cable se producirá sobre su punto más alto (fig. 3), y valdrá:

$$T_{max} = \frac{H}{\cos \beta} \quad [20]$$

siendo  $\beta$  el ángulo que el cable forma con la horizontal en dicho punto. Este ángulo puede calcularse por la expresión:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha + \frac{pL}{2H \cos \alpha} + \\ + \frac{P}{HL} n \left( L - \frac{n-1}{2} e \right) \end{aligned} \quad [21]$$

cuya demostración puede verse en: J. J. Aracil, «Apuntes de Maquinaria».

Teniendo en cuenta [15], y para valores suficientemente grandes de  $n$ , la expresión [21] se convierte en:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2H} \left( \frac{pL}{\cos \alpha} + P_{tot} \right) \quad [22]$$

o sea, incorporando ahora la expresión [19],

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha + \frac{4}{R} \quad [23]$$

expresión en la que  $R = L/f$  es la relación luz/flecha, que diversos autores coinciden en recomendar no baje de 20.

La ecuación [23] puede escribirse de esta forma:

$$\sec^2 \beta = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{R} \operatorname{tg} \alpha + \frac{16}{R^2} \quad [24]$$

pero como  $R > 20$ , se puede despreñar el término  $16/R^2$  y escribir:

$$\sec^2 \beta = \left( 10^2 + \frac{4}{R} \operatorname{sen} 2\alpha \right) \sec^2 \alpha \quad [25]$$

Esta fórmula podría utilizarse directamente; pero para simplificar, se puede extraer la raíz cuadrada, y desarrollar el radical resultante del paréntesis del segundo miembro, en serie de potencias negativas de  $R$ , despreciando luego los términos en  $R^{-2}$ , igual que antes. Queda entonces:

$$\sec \beta = \left( 10 + \frac{2}{R} \operatorname{sen} 2\alpha \right) \sec \alpha \quad [26]$$

y sustituyendo  $\sec \beta = 1/\cos \beta$  en la fórmula [20], resulta:

$$T_{max} = \frac{H}{\cos \alpha} \left( 1 + \frac{2}{R} \operatorname{sen} 2\alpha \right) \quad [27]$$

y teniendo en cuenta la fórmula [19], queda por fin:

$$T_{max} = \frac{R + 2 \operatorname{sen} 2\alpha}{8 \cos \alpha} \left( \frac{pL}{\cos \alpha} + P_{tot} \right) \quad [28]$$

Analizando el sentido físico de la fórmula, vemos que el término entre paréntesis corresponde al total de las cargas (peso propio y cargas exteriores) soportado por el cable en el vano; por lo tanto, el quebrado  $\frac{R + 2 \operatorname{sen} 2\alpha}{8 \cos \alpha}$  es el que expresa la influencia de la forma del vano, dependiente de su rebajamiento,  $R$ , e inclinación,  $\alpha$ .

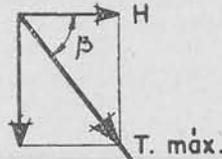


Fig. 3

#### 4. Tensiones de incurvación

A la máxima tensión que el esfuerzo dado por [28] produce sobre el cable, por causa de la sustentación de *todas* las cargas del vano, hay que añadir la tensión que resulta de la incurvación local del cable bajo *una sola* de las cargas exteriores (fig. 4).

Dicha tensión de incurvación se expresa de:

$$\sigma_i = k \sqrt{\frac{A}{\sigma_u}} P \quad [29]$$

siendo:

$k$  = un parámetro que depende del tipo de cable y de la forma de sustentación de la carga aislada,  $P$ ;

$\sigma_u$  = la tensión uniforme a que trabaja el cable, por efecto de la sustentación de todas las cargas; consideramos la máxima.

$A$  = la sección transversal del cable.

En un caso dado, son fijas  $A$ ,  $P$  y  $k$ ; y para hallar la tensión total máxima  $\sigma_u + \sigma_i$  cuando varía  $\sigma_u$ , se anula la derivada:

$$\frac{d(\sigma_i + \sigma_u)}{d\sigma_u} = 1 - kP \sqrt{\frac{A}{\sigma_u^3}} = 0 \quad [30]$$

o sea, que

$$k \sqrt{AP} = 2\sqrt{\sigma_u^3} = 2\sigma_u \sqrt{\sigma_u} \quad [31]$$

y por ende, la tensión total es máxima cuando:

$$\sigma_i = 2\sigma_u \quad [32]$$

Esto confirma la frecuente afirmación de que el no tener en cuenta la tensión de incurvación obliga a *triplicar* el coeficiente de seguridad. Entonces la tensión máxima se relaciona con la de rotura, utilizando las fórmulas [8] y [28]:

$$T_c = 3\gamma T_{max} \quad [33]$$

$$K_3 D^2 \sigma_a = \frac{R + 2 \operatorname{sen} 2\alpha}{8 \cos \alpha} \left( \frac{pL}{\cos \alpha} + P_{tot} \right) 3\gamma \quad [34]$$

En las expresiones anteriores,  $\gamma$  es el valor del coeficiente de seguridad, que varía usualmente entre 2 para obras importantes; 1,83 para obras normales, y 1,66 para obras económicas y provisionales. La fórmula [34] se puede escribir:

$$\left( \frac{K_3}{3} \frac{\sigma_a}{\gamma} \frac{8 \cos \alpha}{R + 2 \operatorname{sen} 2\alpha} - 0,00508 \frac{L}{\cos \alpha} \right) D^2 = P_{tot} \quad [35]$$

y comparando esta expresión con la [1], habremos determinado el verdadero carácter del coeficiente  $K$ , el cual viene dado por:

$$\frac{1}{K^2} \frac{K_3}{3} \frac{\sigma_a}{\gamma} \frac{8 \cos \alpha}{R + 2 \operatorname{sen} 2\alpha} - 0,00508 \frac{L}{\cos \alpha} \quad [36]$$

fórmula que permite calcular inmediatamente el diámetro del cable que exigen ciertas condiciones de vano y carga. Los ábacos que se representan en las figuras 5 a 8 permiten el fácil manejo de la fórmula.

Las expresiones anteriores son adecuadas, tanto para el estudio de funiculares para transporte de material, como para el de mallas tesas en casos simplificados. Conviene no olvidar, además, que la fórmula [23] proporciona un método rápido de conocer las tangentes en los extremos del vano, permitiendo encajar la forma de la catenaria.

La demostración de las expresiones de partida [11], [12], [13], [14] y [21] puede verse detallada en la obra de J. J. Aracil antes citada.

Agradezco a mi amigo don José María Urcelay, Ayudante de Obras Públicas, la brillante construcción de los ábacos de las figuras 5 a 9.

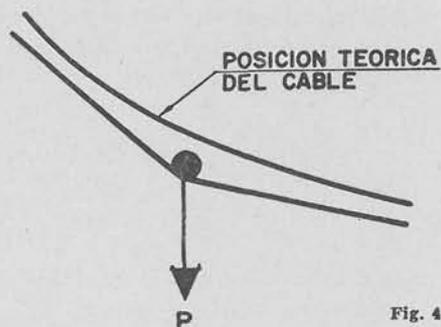


Fig. 4

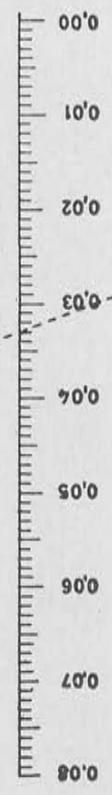
$\frac{\text{kg.}}{\text{m. mm}^2}$



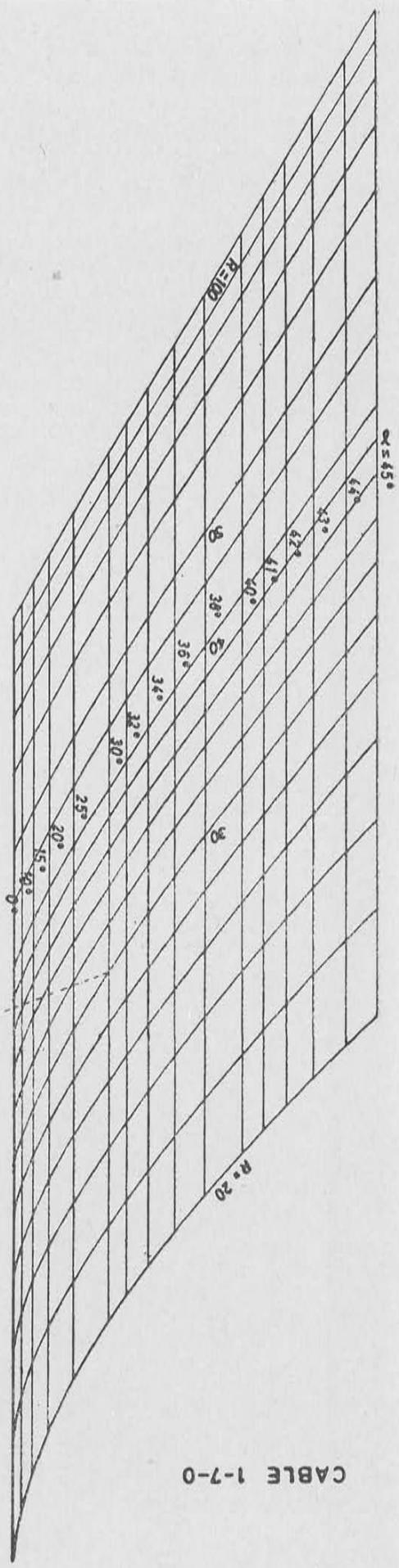
$\frac{\sigma_{adm.}}{L}$



Fig. 5



$\frac{D^2 \sigma_{adm.}}{P}$

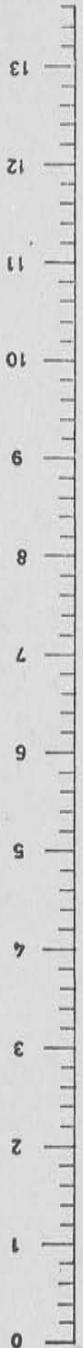


CABLE 1-7-0

CABLE 1-19-0

Fig. 6

$$\frac{D_{adm}}{L}$$



$$\frac{D^2 G_{adm}}{P}$$

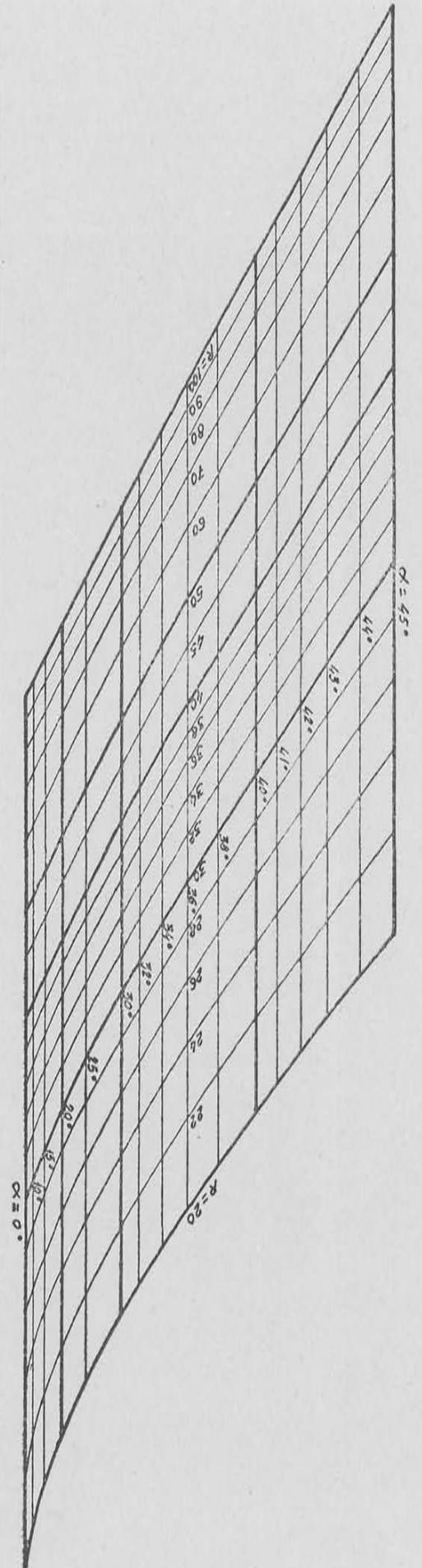
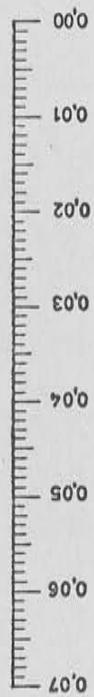
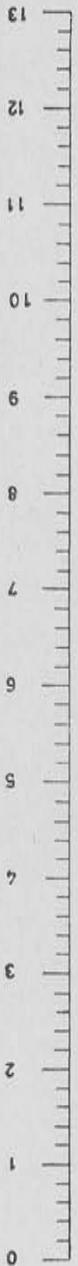


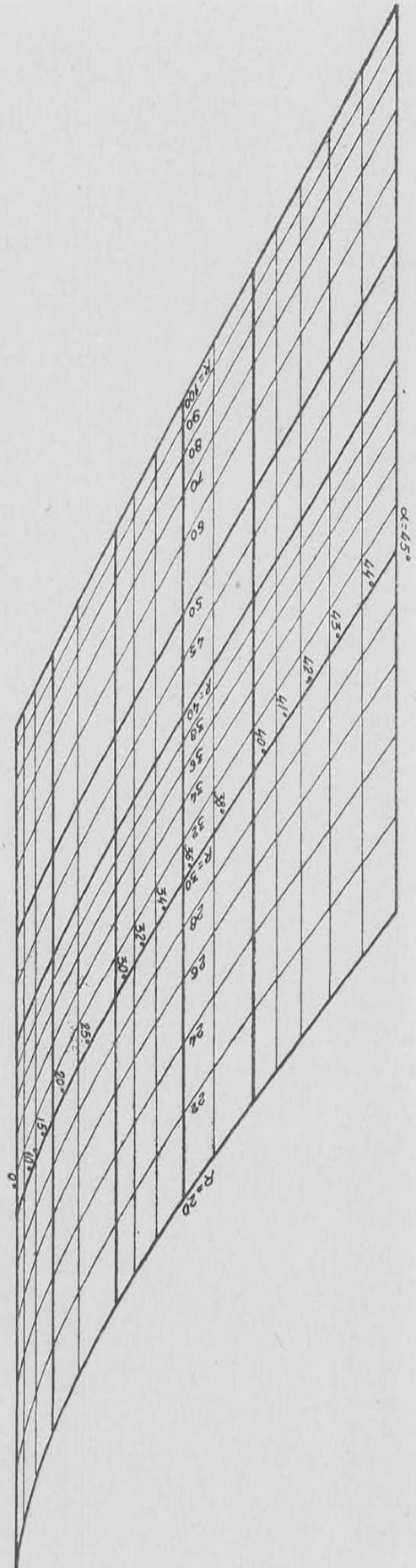
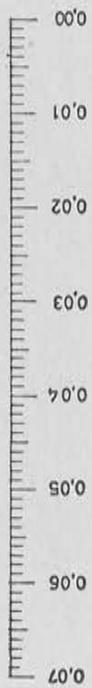
FIG. 7

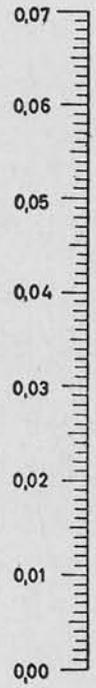
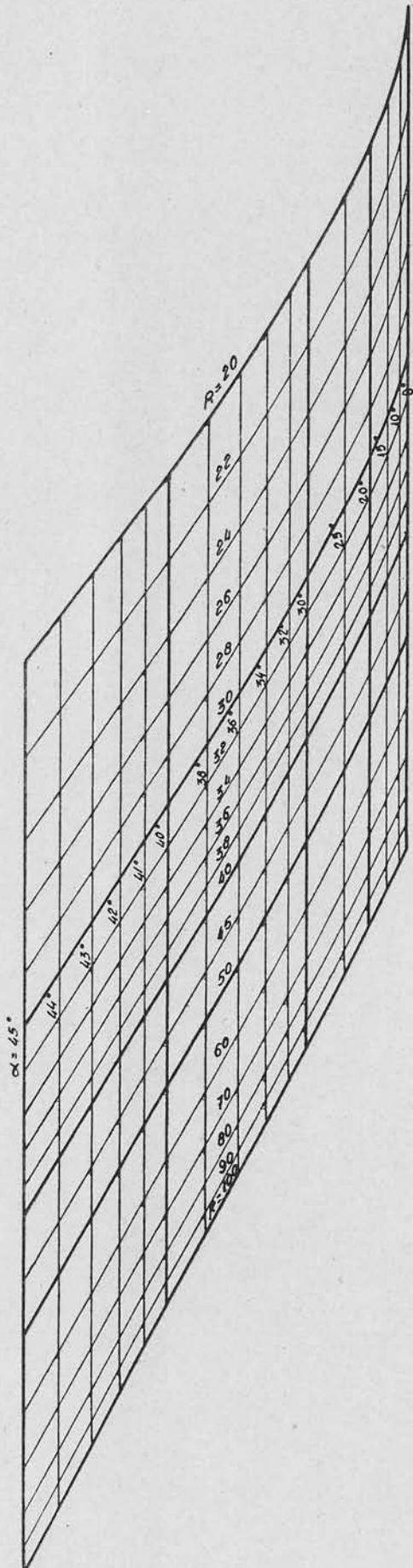
CABLE 1-37-0

$$\frac{D_{adm}}{L}$$

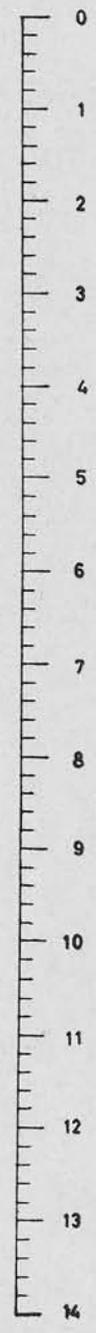


$$\frac{D^2 D_{adm}}{P}$$





$$\frac{P}{D^2 \sigma_{adm}}$$



$$\frac{L}{\sigma_{adm}}$$

CABLE 1-61-0

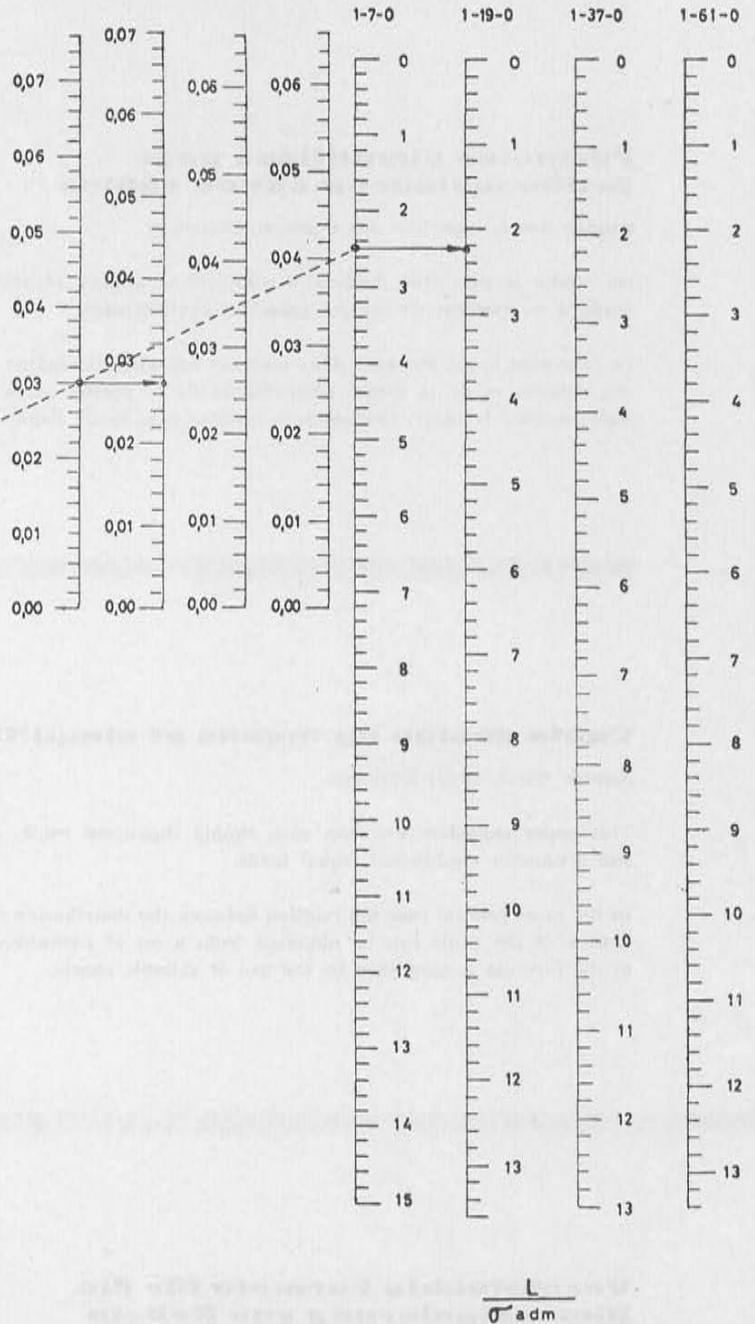
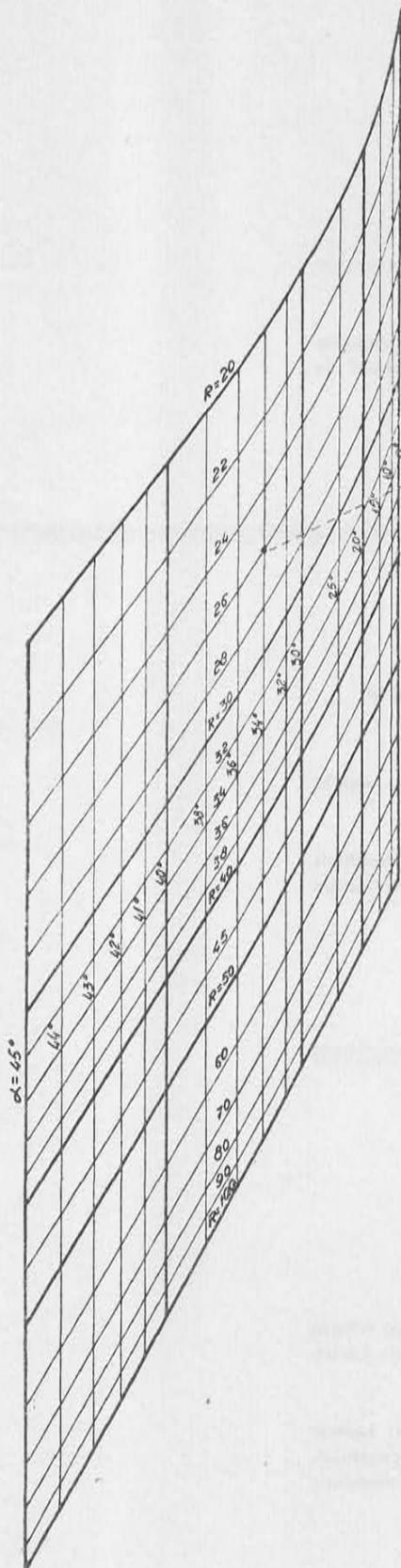
Fig. 8

Fig. 9

$$\frac{P}{D^2 \sigma_{adm}}$$

$$\frac{L}{\sigma_{adm}}$$

1-7-0 1-19-0 1-37-0 1-61-0



**ábaco general**

### **Formules simplifiées pour le dimensionnement de câbles**

Sandro Rocci, Ingénieur des Ponts et Chaussées.

On étudie le problème d'un câble simplement appuyé et soumis, en plus de son propre poids, à un système de charges égales et équidistantes.

Le problème ayant été posé dans tous ses aspects, on résume l'influence de la distribution des charges et de la forme géométrique de la portée en des paramètres permettant de dimensionner le câble. Des abaques rendent plus facile l'application de la formule.

---

### **Cable design by means of simplified formulae**

Sandro Rocci, Road Engineer.

This paper considers the case of a simply supported cable, acting under its own weight and a number equidistant, equal loads.

In the most general case the relation between the distribution of the loads and the resultant outline of the cable can be obtained from a set of parameters. The practical application of the formula is simplified by the use of suitable charts.

---

### **Vereinfachte Formeln für die Dimensionierung von Kabeln**

Sandro Rocci, Bauingenieur.

Es wird das Problem eines Kabels studiert, das einfach gestützt und, abgesehen von seinem Eigengewicht, einem System von gleichen und im gleichen Abstände befindlichen Lasten unterworfen wird.

Nachdem das Problem ganz allgemein aufgeworfen wird, werden die Einflüsse der Lastenverteilung und der geometrischen Form der Weite in einigen Parametern zusammengefasst, die es erlauben, das Kabel zu dimensionieren. Einige Rechentafeln erleichtern die Anwendung der Formel.