

LA BÓVEDA DE HORMIGÓN DEL CLUB TÁCHIRA EN CARACAS

(THE CONCRETE VAULT OF CLUB TÁCHIRA IN CARACAS)

Félix Escrig, José Sánchez. Profesores de la ETSA de Sevilla

Fecha de recepción: 11-XII-05

ESPAÑA

445-21

RESUMEN

En el verano de 1955, el arquitecto venezolano Fruto Vivas, se reunió con el Ingeniero Eduardo Torroja en Costillares (Madrid) para plantearle la colaboración en el diseño de una cubierta. La forma de la cáscara no convenció a Torroja, sin embargo él la ajustó basándose en discusiones con el autor. El diseño previo tenía una forma sinuosa, que se generaba por un par de curvas. Una curva directriz de tipo trigonométrico alabeado y otra de forma catenaria plana, que se desplaza paralelamente a sí misma con el vértice situado siempre sobre la curva directriz. El complejo proceso de diseño y los detalles del proyecto se explican detalladamente, así como el modelo reducido construido para ensayar el cálculo analítico. Después de todo comparamos los datos que obtiene Torroja con los resultados del método de cálculo por elementos finitos. Las conclusiones pueden ser resumidas en la dificultad para establecer una correspondencia directa entre ambos métodos.

SUMMARY

In the summer of 1955, the Venezuelan architect Fruto Vivas met up with the engineer Eduardo Torroja in Costillares (Madrid) in order to propose collaborating on the design of a roof. The form of the shell did not come to Torroja in a complete form, but rather he had to approach it based on discussions with the author. The previous design was the sinuous form, which would be generated by a pair of curves. One a curved directrix of a warped trigonometric line, and the other a flat catenary, which moves parallel to itself with the vertex always, situated above the curved directrix. The complex process of the design and the details of the project are explained in detail as well as the complex reduced model build to test the analytical calculus. After all we have compared the original outputs that Torroja obtained with the results of a Finite Element Method. The conclusions can be summarized in the difficulty of establishing a direct correspondence between both methods.

1. INTRODUCCIÓN

En el verano de 1955, el arquitecto venezolano Fruto Vivas mantuvo una reunión en Costillares (Madrid) con el ingeniero Eduardo Torroja para plantearle la colaboración en el diseño de una cubierta de la que lo único que sabía

era que debía tener forma libre y semejante a la de un pañuelo que, en su caída, se congelase justo en el momento en que sus esquinas se posaban en el suelo.

El proyecto que el arquitecto traía a la consideración de Torroja se ilustra en la Figura 1 y el que se ajustó final-

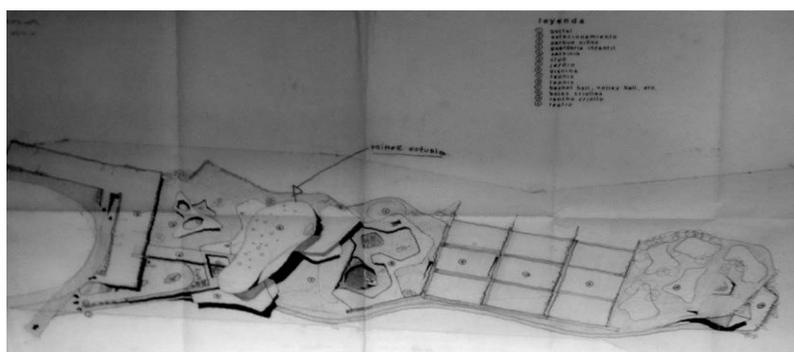


Figura 1.- Esquema original para el Club Táchira de Fruto Vivas (Fruto Vivas).

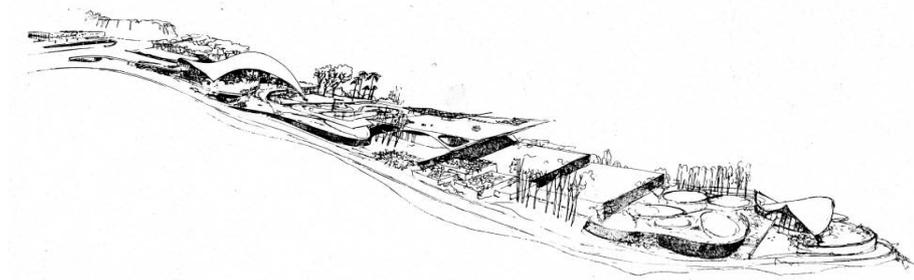


Figura 2.- Proyecto final para el Club Tachira (Fruto Vivas).



Figura 3.- Paraboloide hiperbólico de Tachira por Fruto Vivas (Escrig).

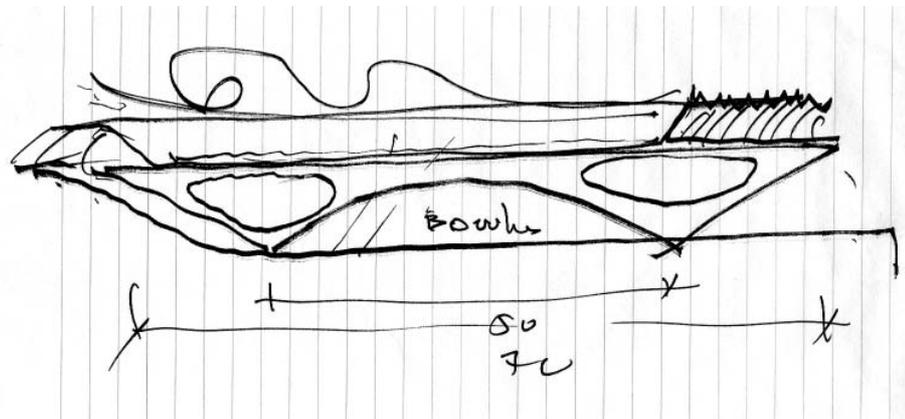


Figura 4.- Estructura, que en la parte superior soportaría una piscina y en la inferior cobijaría una bolera (Fruto Vivas).

mente en la Figura 2, en el que se aprecian dos cubiertas laminares. En la parte inferior, una, en Paraboloide Hiperbólico, construida con generatrices y directrices rectas de perfiles de acero (Figura 3), y la otra, de hormigón, según el diseño propuesto por Eduardo Torroja.

Entre las dos, sobre un terreno con grandes desniveles se proponían unas plataformas en las que se situarían unas piscinas con fondo de cristal, transitables por la parte inferior y decoradas por Fernando Leger y una bolera con una cubierta ósea que recordaba a Robert Maillart (Figura 4).

El proyecto, en conjunto debía ser una colección de elementos singulares, presididas por la unidad, que al archi-

tecto, alumno de Carlos Raúl Villanueva, no se le escapaba.

Venezuela, en ese momento vivía un esplendor económico y cultural que hizo posible la Ciudad Universitaria, que, como conjunto arquitectónico, estaba al mismo nivel que Chandigar de Le Corbusier y Brasilia de Niemeyer y Lucio Costa y que fue un verdadero museo al aire libre de todas las vanguardias internacionales.

Torroja, algo más experimentado, vio en la ambición del joven arquitecto la ingenuidad propia de un visionario y trató de disuadirlo pues su “pájaro de concreto” no cabía en ninguna ecuación conocida, pero que aceptaba el reto de crear “ese gran espacio donde el hombre hace su

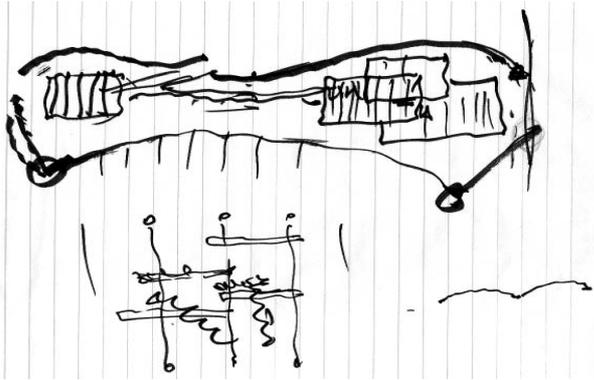


Figura 5.- Planta de la cubierta con las plataformas colgantes en su interior y detalle del cerramiento a base de cables de las que cuelgan los contenedores de la vegetación (Fruto Vivas).

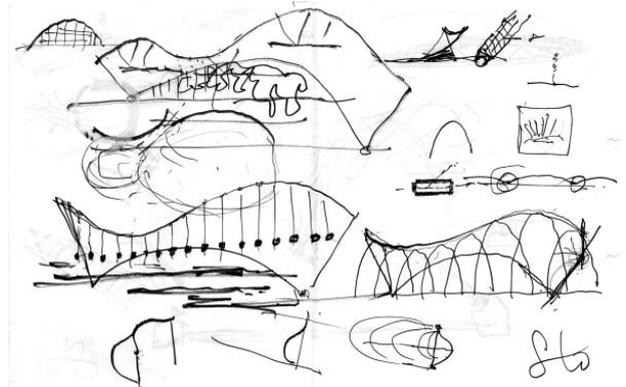


Figura 6.- Alzados, secciones y detalles de la cubierta de hormigón de Táchira. Obsérvese en la única planta del dibujo el acceso tangencial, en lugar del perpendicular que propuso finalmente Torroja. Igualmente, el apoyo continuo del borde horizontal aquí se sustituye por pequeños arcos de descarga.

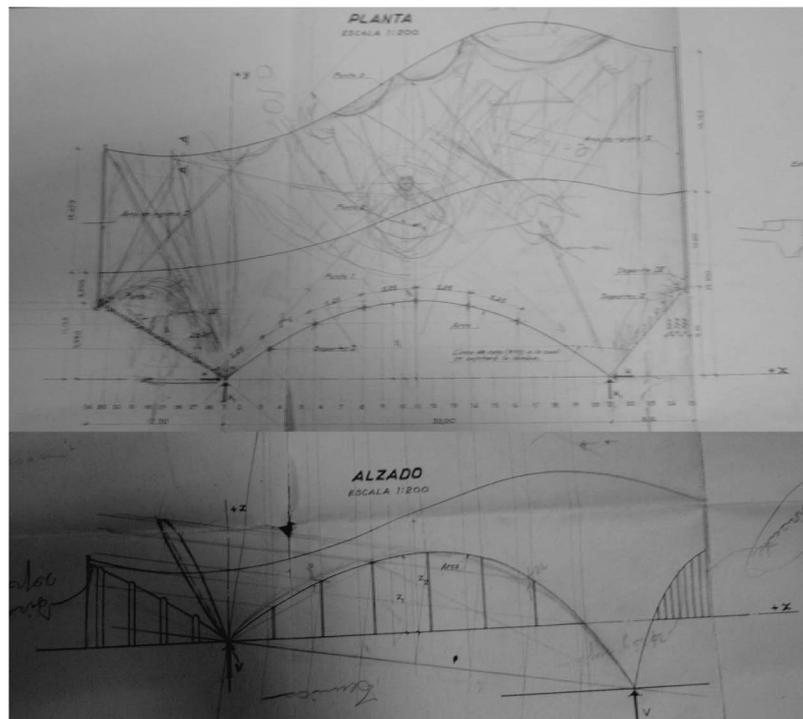


Figura 7.- Planos en donde se aprecia la discusión entre Torroja y Fruto para buscar la forma (Archivo CEHOPU).

reunión de fiesta y las actividades culturales y recreativas a cubierto". Y, como dijo Fruto, "imaginemos el aire necesario que los envuelve, y una ventana gigante, en este caso un jardín colgante, para mirar la ciudad deslumbrante.

Entonces dejemos caer un pañuelo desde el espacio, que cubra estas áreas y que tome la forma lógica, apoyada sobre las dos variables: los espacios recreativos y el paisaje" (Figuras 5 y 6).

Torroja no fue insensible a la pasión de un proyecto valioso y a la poesía de esa forma femenina, puesto que él también era un poeta de la forma y un admirador de la belleza

de las curvas. Así comenzó a trabajar en lo que iba a ser la cubierta más compleja de su carrera, además de la mayor, puesto que tendría 60 m de longitud y 40 m de anchura.

2. EL DISEÑO

La forma de la lámina no le vino dada a Torroja de un modo completo, sino que hubo que acercarse a la misma a partir de discusiones con el autor, que se ilustran en la Figura 7, en donde, sobre un plano de Torroja, Fruto trazó algunas correcciones que no le fueron admitidas. En ese sentido el trabajo de colaboración con el ingeniero resultaba complicado, pues una vez tomaba una decisión resultaba inamovible.

En definitiva, del diseño previo se respetó la forma sinuosa, más próxima a un cuerpo femenino que a un ave (Figura 8), que se generaría mediante un par de curvas. Una curva directriz de tipo trigonométrico alabeada, y otra, de forma catenaria plana que se desplaza paralelamente a sí misma con el vértice situado siempre sobre la curva directriz (Figura 9).

El alzado de la curva directriz vendría expresada mediante:

$$z_2 = 8 + 3,23 \operatorname{sen} \pi \frac{x + 13,30}{64} - 3,80 \operatorname{sen} 2\pi \frac{x + 13,30}{64} - 0,10 \operatorname{sen} 5\pi \frac{x + 13,30}{64} \quad [1]$$

Que se obtiene fijando las condiciones de contorno impuestas. Pero la curva es alabeada y es necesario fijar también las coordenadas. En esta dirección “y” la obtención es más complicada puesto que la curva se adapta a una línea trazada a sentimiento y se consigue adaptando cuatro tramos de parábola (Figura 10). Los tramos centrales son dos parábolas antimétricas, con punto de empalme en 0,0 y ecuación:

$$y_1 = 8 \left[1 - \left(\frac{x}{19} \right) - 1 \right]^2 \quad [2]$$

La curva de enlace de la parte derecha debe cumplir las siguientes condiciones:

1. Que pase por el punto $x=38$ $y=19,9016$
2. Que pase por el punto $x=46,10$ $y=19,1000$
3. Que la tangente en el punto $x=38$ sea la recta de unión de este punto y el inmediato $x=37,5$ $y=20,0326$
4. Que la tangente en el punto $x=46,10$ sea horizontal.

La curva resultante tiene por ecuación:

$$y = 19,9016 - 0,2620(x - 38) + 0,0280384(x - 38)^2 - 0,000976590(x - 38)^3 \quad [3]$$

La curva de enlace de la parte izquierda debe cumplir las siguientes condiciones:

1. Que pase por el punto $x=0$ $y=12,0812$
2. Que pase por el punto $x=-13,30$ $y=11,15$
3. Que la tangente en el punto $x=0$ sea la recta de unión de este punto y el inmediato $x=0,5$ $y=12,1637$
4. Que la tangente en el punto $x=-13,30$ sea horizontal.

La curva resultante tiene por ecuación:

$$y = 12,0812 + x + 0,00901916x^2 + 0,0001411607x^3 \quad [4]$$

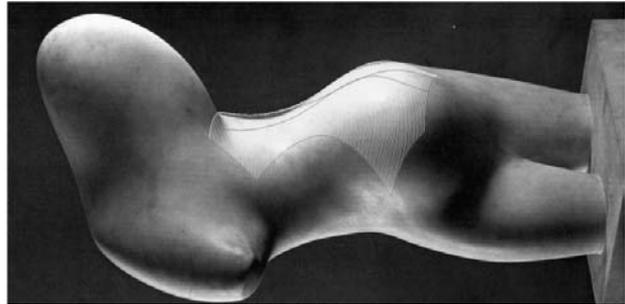


Figura 8.- Torso femenino de Jean Arp, escultora que hace una intensa exploración de las curvas femeninas, en donde encaja perfectamente la geometría de la lámina de Táchira (Escrig).

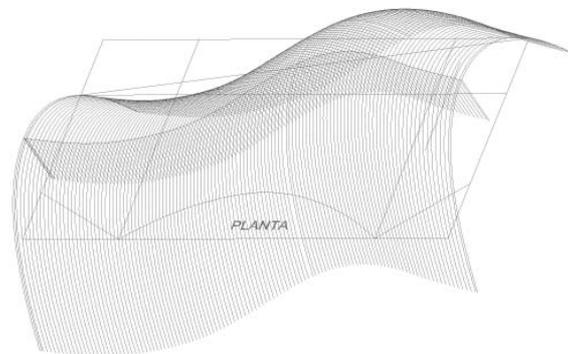


Figura 9.- Generación de la superficie mediante el desplazamiento de una curva generatriz en catenaria sobre una curva directriz trigonométrica alabeada (Sánchez).

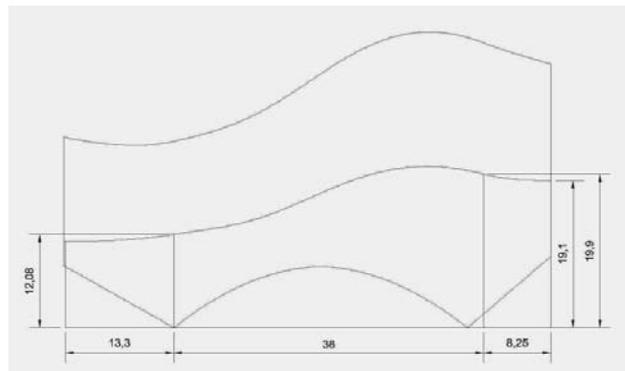


Figura 10.- Planta de la cubierta con las cotas fundamentales para deducir las ecuaciones anteriores.

La obtención de esta curva en el espacio es compleja puesto que es la que resulta de la intersección de dos cilindros de directriz estas curvas y generatrices rectas perpendiculares a los planos de las curvas.

Esta operación que hoy nos resulta elemental mediante dos líneas de programación, a Torroja le representó una compleja serie de tanteos y cálculos por aproximación, cosa que obtuvo con seis cifras significativas¹.

¹ Los documentos completos pueden encontrarse en los archivos del CEHOPU como 840.club tachira documento 523 y otros de fecha 1957/11/15

La curva generatriz es una catenaria de ecuación ajustada a la luz a salvar en planta y a la cota en clave deseada:

$$y = 12,5 \left(\operatorname{ch} \frac{x}{12,5} - 1 \right) \quad [5]$$

En cuanto a los bordes, son relativamente sencillos al obtenerse por intersección de planos verticales, con excepción del borde principal de planta parabólica. Para entender el trazado de este borde hay que partir del funcionamiento resistente de una catenaria. La catenaria es el funicular del peso propio y tiene la propiedad de que su componente horizontal de esfuerzo en toda su longitud es una constante. Luego, en planta, el arco, para que sea también el funicular de una carga uniforme repartida, tendrá que ser una parábola, que es la curva funicular de la carga uniforme en proyección horizontal.

El arco que vamos a trazar, en planta tiene 8 m de profundidad, y su luz es de 38 m. La ecuación de la parábola es:

$$y_1 = \frac{(38 - x)x}{45,125} \quad [6]$$

Como en el caso de la curva directriz, la curva resultante se obtiene de la intersección del cilindro vertical de generatriz la parábola [6] con la superficie de la lámina, lo cual se hizo también por aproximaciones sucesivas.

3. EL PROYECTO

Afortunadamente contamos con toda la documentación que desarrolla el proyecto en la que podemos ver cuál es la forma definitiva y los detalles constructivos.

En la Figura 11 se aprecia la disposición general, incluidos los cerramientos, mientras que en las Figuras 12 y 13 se expresa el replanteo de la cubierta con todas sus cotas.

La Figura 14 muestra los detalles constructivos del nervio de borde horizontal, con los rodillos que permiten la dilatación para impedir flexiones de borde. Este borde, además está pretensado con grupos de cables por tramos rectos.

4. EL CÁLCULO

La disposición geométrica ha facilitado que, en principio, para cargas simétricas, las catenarias reduzcan sus esfuerzos únicamente a los axiles. Por tanto es fácil determinar estos.

$$y = 12,5 \left(\operatorname{ch} \frac{x}{12,5} - 1 \right); \quad y' = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sh} \frac{x}{12,5} \quad [7]$$

$$H = 12,5 p; \quad V = H \operatorname{tg} \alpha; \quad \frac{V}{p} = 12,5 \operatorname{tg} \alpha \quad [8]$$

Siendo H la componente horizontal de esfuerzo, V la componente vertical y p la carga uniformemente repartida por unidad de superficie. Sus unidades nos darán los esfuerzos en unidades homogéneas. La obtención de estos esfuerzos es sencilla para casos de carga uniforme. No lo es tanto para cargas asimétricas como sucede en algunas de las hipótesis consideradas. De ahí que hubiera la necesidad de efectuar análisis experimentales.

Por otra parte, este método de cálculo en que los esfuerzos seguían exclusivamente la dirección de las catenarias, despreciaba por completo la colaboración transversal. En esos momentos, con curvas tan complejas, resultaba imposible un tratamiento matemático de los esfuerzos transversales. Resultaba mucho más seguro considerar que éstos no existían.

Otro problema igualmente complejo era el cálculo de los desplazamientos. Si se quería construir una cáscara de 10 cm de espesor había que evitar que nada interrumpiese

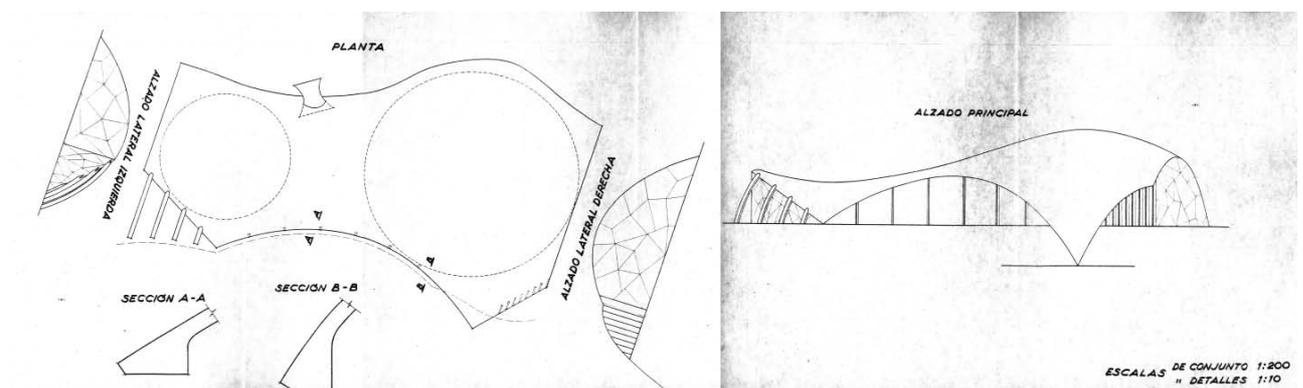


Figura 11.- Disposición general de la solución de cubierta (archivos CEHOPU).

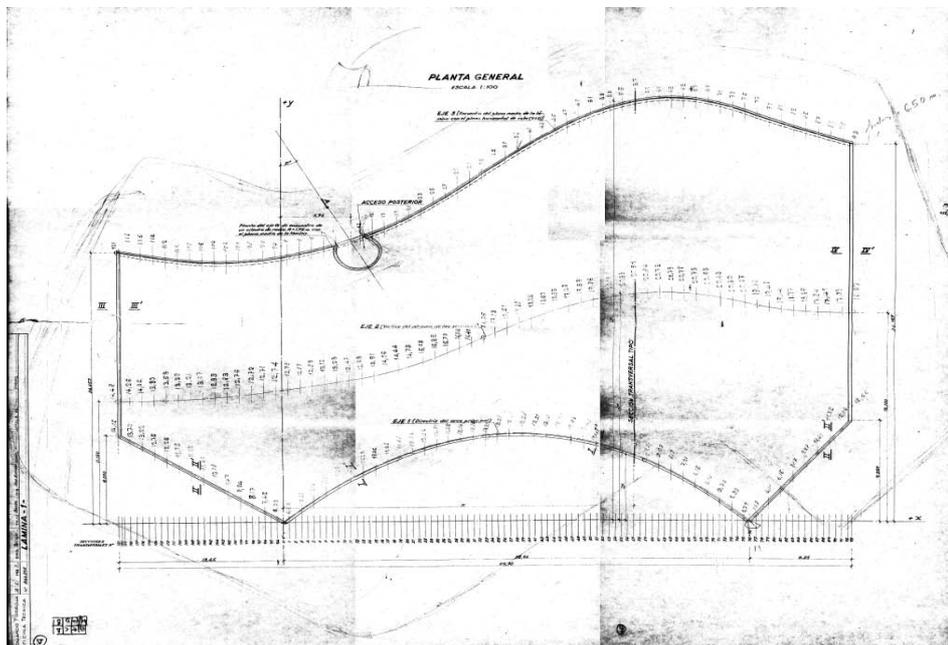


Figura 12.- Replanteo de la cubierta en planta (archivos CEHOPU).

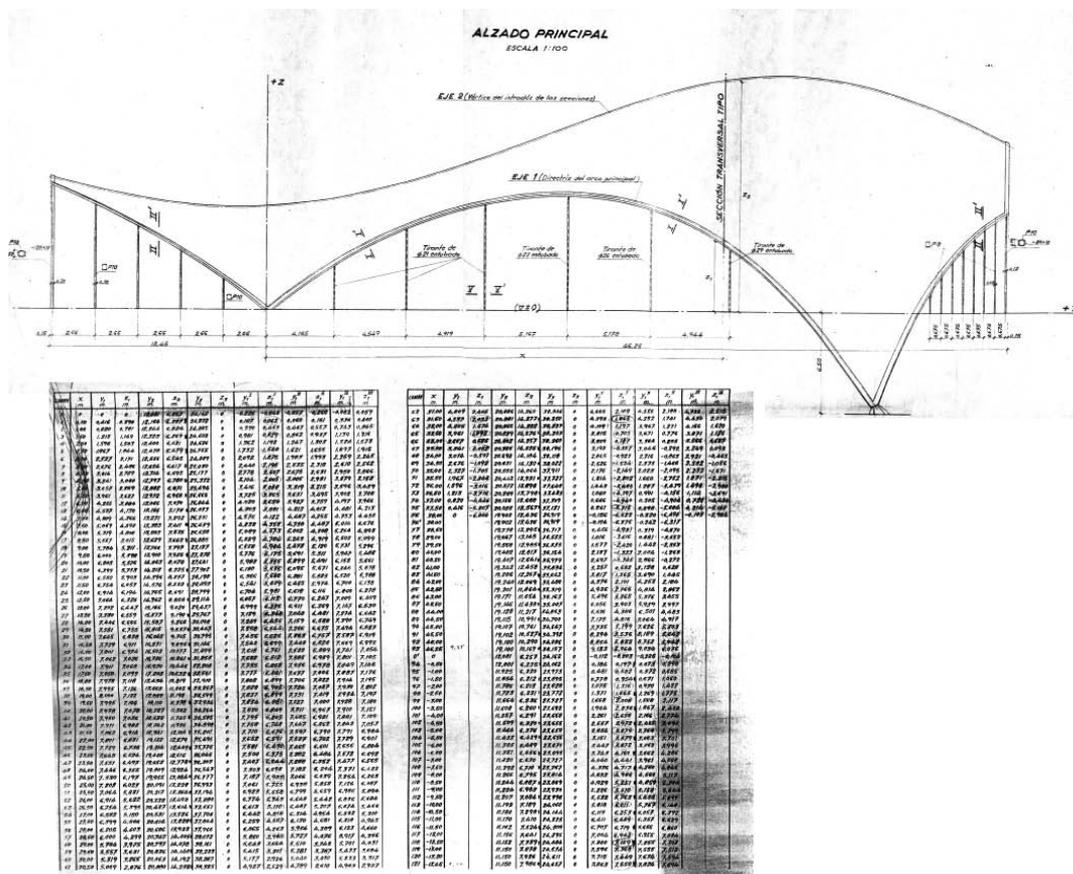


Figura 13.- Replanteo de la cubierta en alzado (archivos CEHOPU).

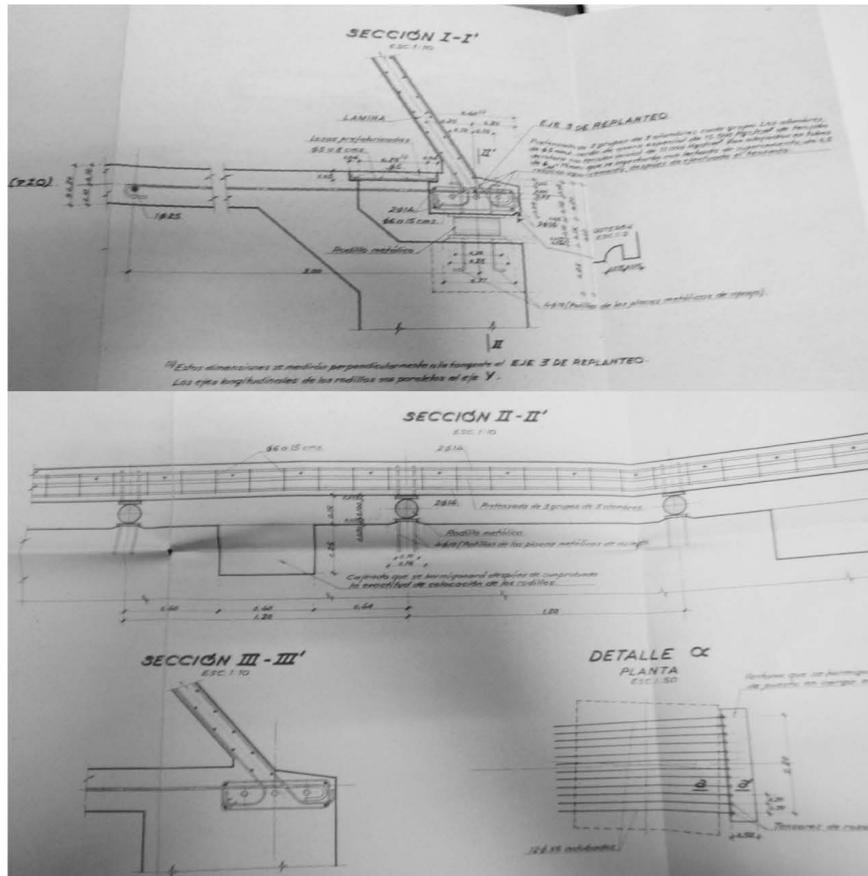


Figura 14.- Detalles constructivos del borde posterior (archivos CEHOPU).

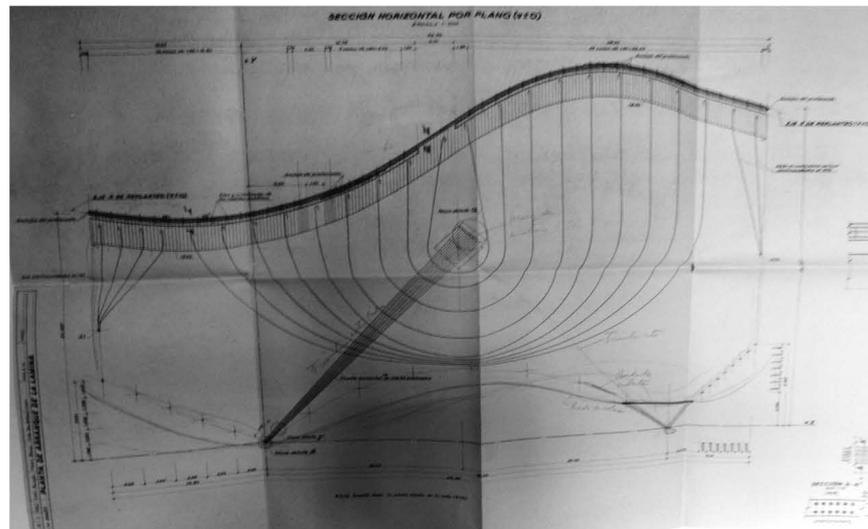


Figura 15.- Plano de armado de la losa de cimentación (archivos CEHOPU).

su libre desplazamiento. En lugar de enfrentarse a la obtención de estos corrimientos, Torroja prefirió garantizar la libertad de corrimientos, de ahí que, en el borde horizontal, y en toda su longitud colocó unos rodillos que permitieran que toda la lámina se abriera o cerrara a su conveniencia (Figura 14).

Torroja deduce que la carga vertical en el borde horizontal, que él llama posterior, está entre 8 y 4 t/ml; y la com-

ponente horizontal, que como hemos dicho es uniforme vale 4,35 t/ml, lo que absorbe con 1D12 cada 30 cm (Figura 15).

Las componentes horizontales de esfuerzo en el borde inferior producen tracciones en el nervio de borde que se neutralizan con varillas de postensado, lo que es una característica común de todas las láminas de Torroja, la de neutralizar las tracciones del hormigón mediante compre-

siones previas. Ello evita la figuración y los problemas constructivos y estructurales subsiguientes.

Las numerosas simplificaciones que tuvo que introducir para hacer factible un cálculo manual le hizo plantearse una comprobación experimental por medio de un ensayo en modelo reducido. Y aquí empieza un proceso de diseño basado en la construcción de un modelo enormemente sofisticado.

5. EL MODELO

El modelo se construyó en mortero armado según las dimensiones del plano de la Figura 16 y se conserva una única fotografía de su disposición para ser ensayado (Figura 17). La escala del modelo es de 1/12, lo cual implicaba una dimensión total de 5 m de longitud por 3,33 m de anchura. Para mayor precisión las dimensiones geométricas

se respetaron todas con la misma escala, así como las resistencias de los materiales utilizados y las cargas utilizadas por unidad de superficie. Ello significaba que la lectura de los desplazamientos y giros, la única variable medida en desplazamientos resultaría en la misma escala de la realidad, es decir, minorada en 12 veces.

Para que las cargas pudieran aplicarse de una forma escalonada se utilizaron cubiletes flotantes en una balsa. Al vaciar ésta entraría totalmente en carga, pero de un modo gradual.

La resistencia del mortero utilizado fue de 20 Knw/mm² y la de los aceros de armar de 720 Knw/mm². Los módulos elásticos de 11.900 Knw/mm² a los 19 días y 13.450 Knw/mm² a los 28 días.

La parte posterior se postensó con 400 kg por grupo de tres alambres.

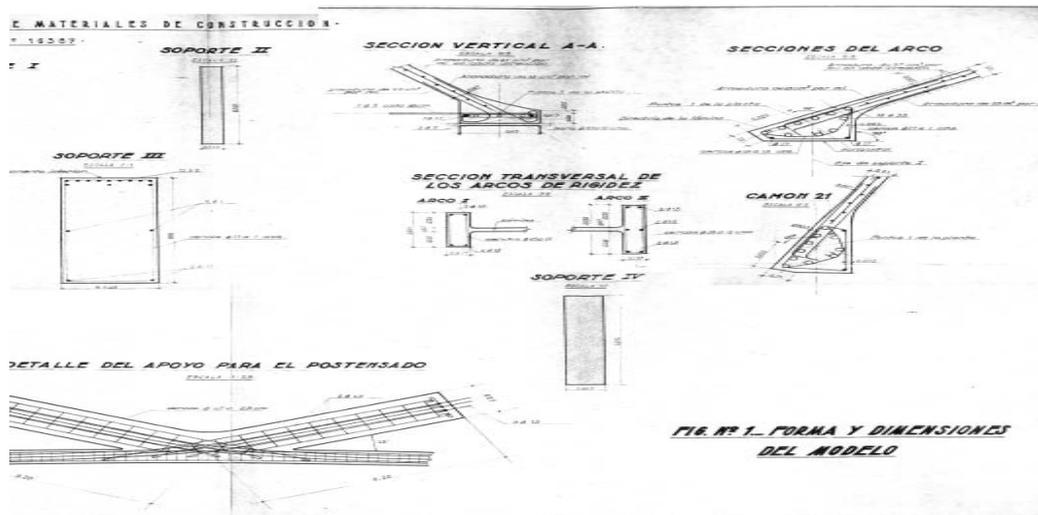


Figura 16.- Planos constructivos del modelo reducido (archivos CEHOPU).



Figura 17.- Fotografía del modelo reducido sometido a ensayo (Instituto Eduardo Torroja).

Se hicieron hasta nueve ensayos distintos para obtener los resultados de las Figuras 18 a 24.

El modelo fue llevado hasta la rotura pero esto ya no consta en el expediente estudiado.

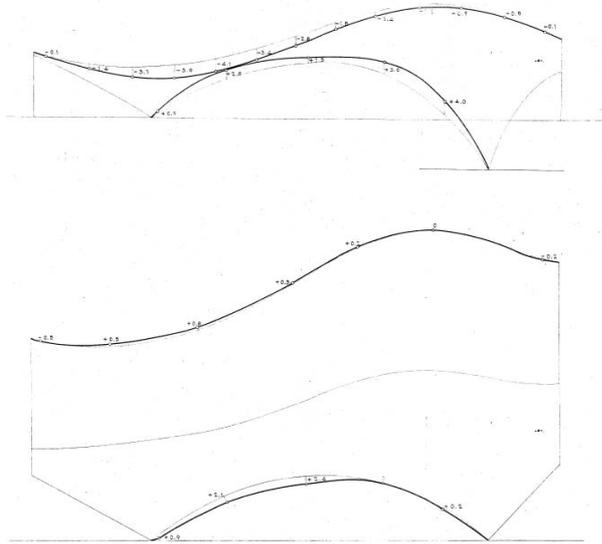


Figura 18.- Corrimientos en mm. En el modelo para una carga uniformemente repartida de 360 kg/m² (archivos CEHOPU).

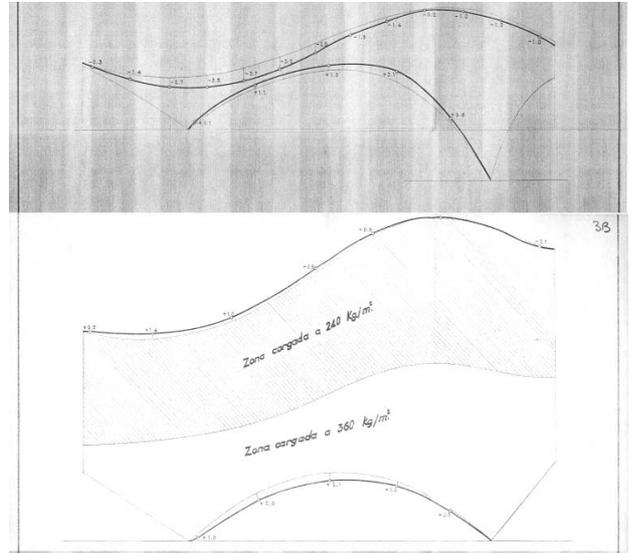


Figura 19.- Corrimientos en mm. en el modelo para una carga uniformemente repartida en las zonas señaladas (archivos CEHOPU).

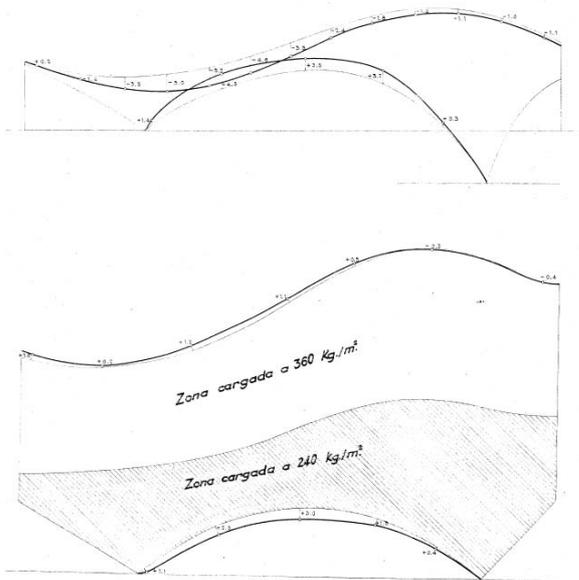


Figura 20.- Corrimientos en mm en el modelo para una carga uniformemente repartida en las zonas señaladas (archivos CEHOPU).

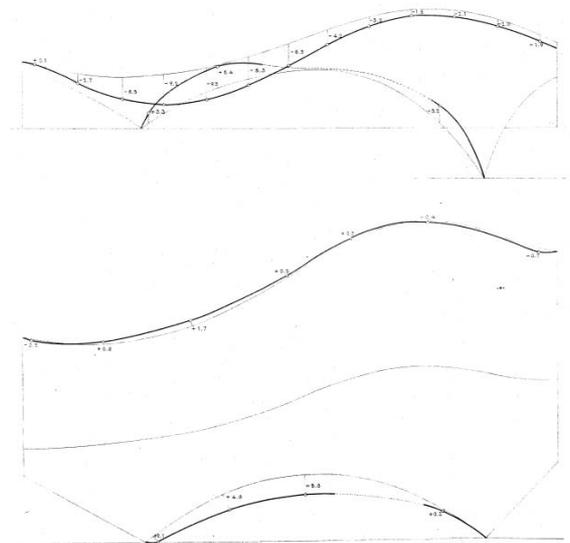


Figura 21.- Corrimientos en mm en el modelo para una carga uniformemente repartida de 600 kg/m² (archivos CEHOPU).

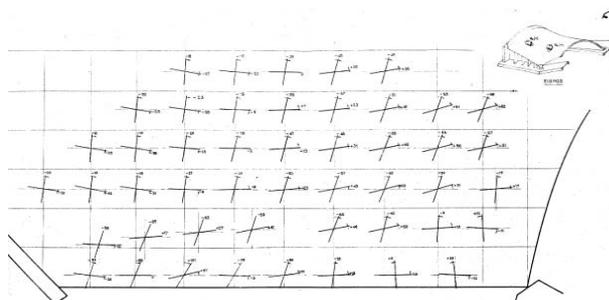


Figura 22.- Giros Wx y Wy en diezmilésima de radiante para una sobrecarga de 360 kg/cm² (archivos CEHOPU).

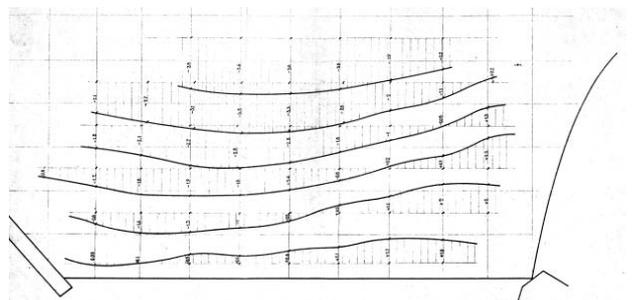


Figura 23.- Deformadas y corrimientos en la superficie para una sobrecarga de 360 kg/m² (archivos CEHOPU).

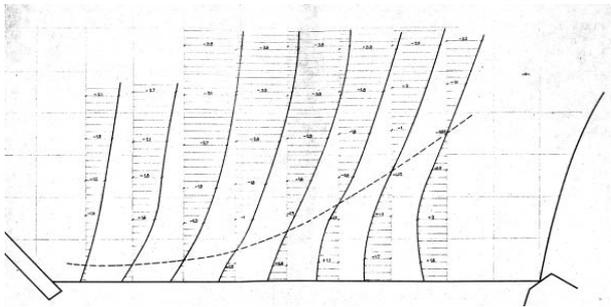
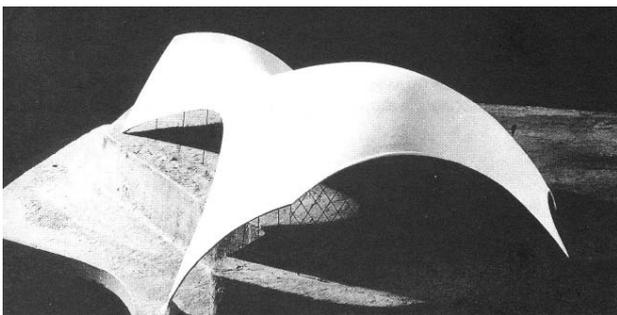
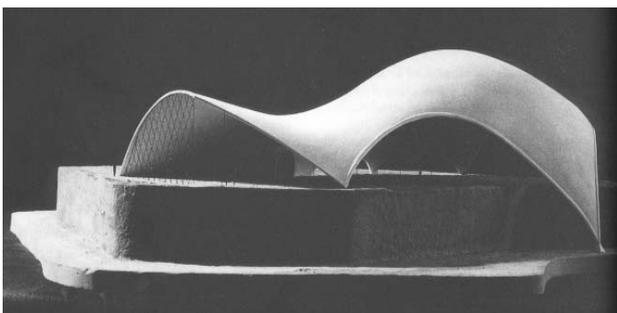


Figura 24.- Deformadas y corrimientos en la superficie para una sobrecarga de 360 kg/m² (archivos CEHOPU).

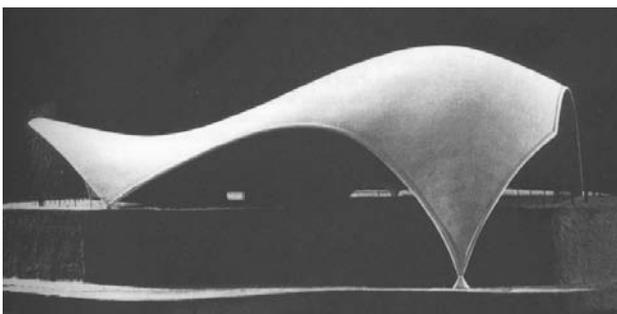
Existieron unos modelos de trabajo para la búsqueda de la forma, que son bien conocidos, pero que sólo tuvieron carácter ilustrativo (Figura 25).



a)



b)



c)

Figura 25.- Aspecto del modelo ilustrativo de la solución final (archivos CEHOPU).

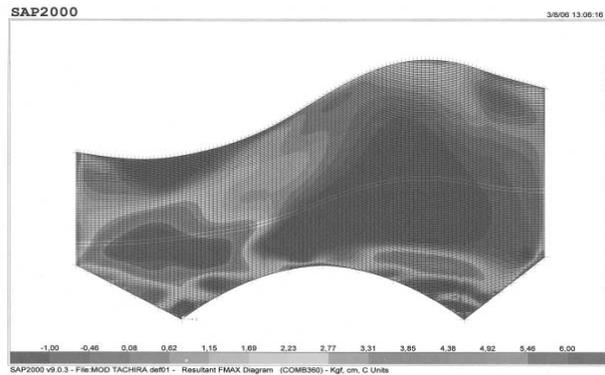


Figura 26.- Esfuerzos máximos en kg/cm. Sólo una pequeña zona está en tracción y aún así con valores mínimos.

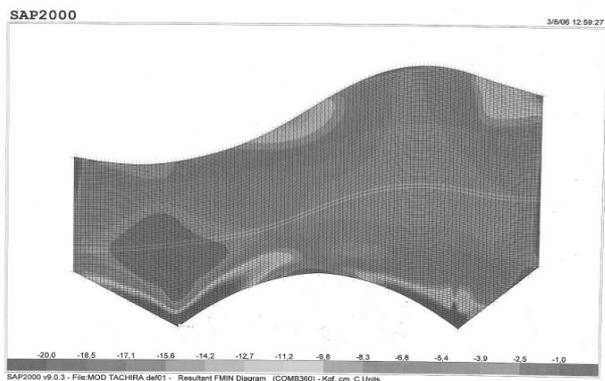


Figura 27.- Esfuerzos mínimos. Toda la lámina está en compresión en estas direcciones.

6. CÁLCULO POR ELEMENTOS FINITOS

Actualmente tenemos posibilidad de hacer un análisis detallado, que incluya todo tipo de hipótesis, por medio de programas de Elementos Finitos. Cabe, pues, la curiosidad de comprobar si el análisis descrito, corroborado mediante ensayos en modelo reducido, coincide con el modelo matemático elaborado mediante discretización por elementos finitos. Es lo que avanzamos a continuación.

Comprobamos la hipótesis correspondiente a carga uniforme de 360 kg/m² mediante el programa de Elementos Finitos SAP2000. Las resultantes de esfuerzos pueden apreciarse en la Figuras 26 y 27 donde se muestran los máximos y los mínimos.

En la Figura 28 se dibujan las isostáticas en base a estos valores y los resultados de los ángulos del cálculo

La comparación entre los desplazamientos resultantes del modelo reducido y los resultantes de nuestro cálculo se aportan en la Figura 29.

De estos gráficos se desprenden las siguientes conclusiones:

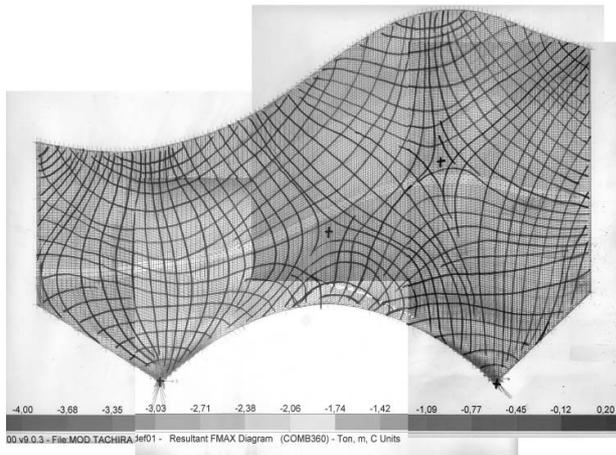


Figura 28.- Isostáticas coloreadas para apreciar la magnitud de los esfuerzos principales.

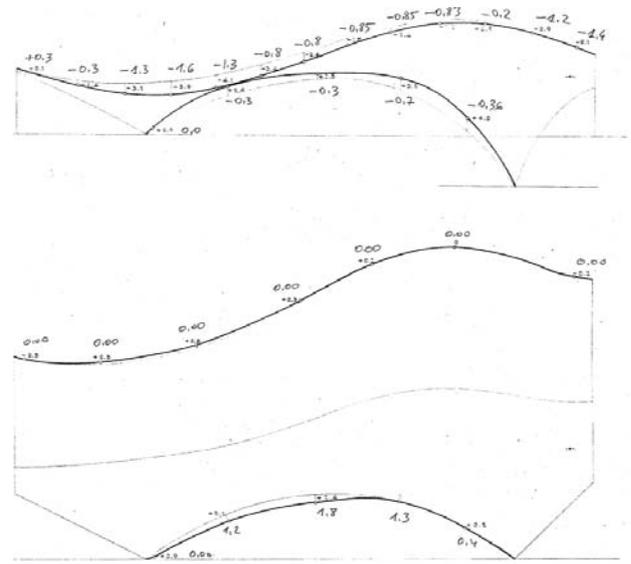


Figura 29.- Comparación entre los corrimientos de borde del modelo reducido y del cálculo en SAP2000.

- 1) El orden de magnitud de los corrimientos coincide entre el modelo físico y el matemático, aunque no los valores, que pueden tener diferencias de hasta el 400%.
- 2) El conjunto tiene unos esfuerzos asumibles con el espesor de la membrana.
- 3) El hormigón sólo desarrolla compresiones, salvo las tracciones derivadas de la deformación transversal.

Pero éstas no son las únicas diferencias.

Torroja, cuando define la geometría de las curvas generatrices opta por la catenaria por ser el funicular del peso propio y, por tanto, de acuerdo con la teoría de membrana, no existen esfuerzos en la dirección perpendicular, es decir, no existe bidireccionalidad en los esfuerzos.

El mismo Torroja asume que para cargas asimétricas esto no es cierto, y eso le lleva a la necesidad de construir un modelo sumamente sofisticado.

Pero ¿es cierta esta hipótesis para carga de peso propio? De ser así, de acuerdo con el apartado 4 las componentes horizontales de las reacciones deberían ser $H=12.5 p$, siendo $p=360 \text{ kg/m}^2$, lo mismo que la componente horizontal en la dirección y de toda la membrana.

Evidentemente los resultados son muy diferentes.

1º) Con la hipótesis de Torroja toda la lámina estaría en compresión y las isostáticas serían un retícula uniforme en las direcciones x e y. Las isostáticas reales que hemos obtenido en la Figura 28 no obedecen a este supuesto.

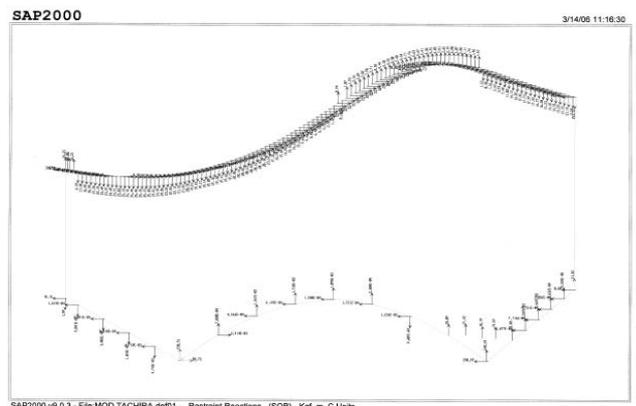


Figura 30.- Reacciones calculadas en los apoyos.

2º) Según Torroja no deben aparecer tracciones en ningún punto, lo cual contradice los resultados de la Figura 26, en donde hay zonas azules claramente traccionadas.

3º) Las reacciones horizontales deberían ser todas iguales, y, sin embargo, vemos en la Figura 30 una gran diferencia, pasando de compresiones a tracciones, sobre todo en el lado apoyado horizontalmente, que es en donde podemos hacer estas comprobaciones. Como sabemos deberían ser de $H=12.5 p = 4.536 \text{ t/ml}$ según Torroja mientras que, en nuestro cálculo, H oscila entre -2.62 t y 8 t .

La pregunta que surge a raíz de estas importantes discrepancias es si Torroja planteó mal sus hipótesis. La respuesta es que seguramente no, y exponemos las razones que avalan una forma de proyectar y calcular que debería ser ejemplo para todos.

A. El supuesto de falta de colaboración transversal es correcto. Lo cierto es que una estructura tiene una forma de trabajo óptima y otras muchas posibles. Teóricamente nuestro modelo matemático se acerca al óptimo y el de Torroja es un comportamiento posible. El nuestro puede ser óptimo sobre el papel pero no en la forma de ser construido mientras que el de Torroja es más sencillo de considerar por la uniformidad de los esfuerzos.

B. Torroja intenta salvar el comportamiento como membrana a base de dejar libre el movimiento del borde horizontal. Nosotros, al haber coaccionado los desplazamientos de ese borde hemos introducido unas flexiones próximas a él y que al autor no le aparecerían. ¿Podríamos haber afinado hasta alcanzar las condiciones de contorno

de Torroja? Evidentemente sí, pero una vez conocidos los pasos que él siguió hasta optimizar el modelo, lo cual, desde el modelo matemático, no es posible.

C. Torroja siguió un proceso de revisión del modelo físico que incluía un postesado selectivo del borde horizontal. Ese postesado selectivo es irreproducible por desconocido pese a que podríamos tantearlo para que hubiera una mejor coincidencia de resultados. Pero en este caso no hubiera servido para nada este proceso de comparación.

Como vemos estamos ante una obra maestra del diseño laminar del que podemos sacar muchas conclusiones que deberán ser obtenidas de un trabajo más detallado.

* * *