# COMPARATIVA DEL CÁLCULO DE PANDEO EN MÉTODOS BASADOS EN LA SECCIÓN EFICAZ

(COMPARATIVE OF THE BUCKLING CALCULATION IN METHODS BASED IN EFFICACIOUS SECTION)

Manuel J. Freire Tellado, Arquitecto Dpto. de Tecnología de la Construcción. Univ. de La Coruña

**ESPAÑA** 

Fecha de recepción: 3-XI-99

#### RESUMEN

El artículo analiza los resultados derivados de los métodos de cálculo de pandeo de estructuras de fábrica propuestos por Eurocódigo EC-6, NBE-FL-90, Lahuerta y EHE-98 para hormigón en masa, con voluntad de abrir la discusión sobre los resultados de EC-6.

Como primer paso se describen distintos elementos y parámetros relevantes en cada una de las formulaciones, comparando los distintos valores propuestos para las mismas situaciones. Este análisis lleva a plantear diversas sugerencias. Seguidamente se explica el sistema empleado para homogeneizar los resultados obtenidos por los distintos métodos y poder llevar a cabo la comparación.

Finalmente, los resultados alcanzados con cada uno de los métodos citados se plasman en un conjunto de gráficos formados por curvas que representan los valores calculados con cada uno. La comparación entre un conjunto representativo de éstas lleva a concluir la ausencia de un método claramente más ventajoso y a constatar la dispersión de resultados que ofrecen.

## SUMMARY

This paper analyzes the results obtained from the buckling calculation methods for masonry structures proposed by Eurocode EC-6, NBE-FL-90, Lahuerta and EHE-98, in orden to discuss the results derived from Eurocode EC-6.

At the beginning, various relevant elements and parameters of each formulation are described and the values proposed for these methods are compared. This analysis leads to several suggestions. The system used to homogenize the results obtained by the different methods is explained -in order to be able to compare results.

Finally the calculation results of each method are plotted and various graphics are drawn. The comparison of a significant number of situations does not show a clear winner: the dispersion of results is verified.

## Introducción

Recientemente se ha publicado en España la norma EHE, que contiene un artículo, el 52, que trata del cálculo de elementos de hormigón en masa, empleando criterios de validación acordes con los admitidos en nuestro país para estructuras de fábrica. Como quiera que el plazo de evaluación del Eurocódigo EC-6 en España se encontraba aún abierto, surgió la idea de contrastar los resultados que se derivaban de los métodos de estudio del pandeo en la normativa de fábrica. Como elemento de referencia se

analizaron los resultados derivados de la norma española vigente, NBE-FL-90, y se aprovechó para analizar al tiempo las consecuencias derivadas del método propuesto por el profesor Lahuerta.

# Planteamiento General

Se han analizado cuatro métodos:

- Método de NBE-FL-90 (antigua MV-201-72)
- Método de Lahuerta

[1] [2] - Método de EHE para piezas de hormigón en masa (EHE-HM) [3]

Se han elegido métodos propuestos por normativas diversas, introduciéndose el de Lahuerta por su relevancia en los estudios de fábrica y su influencia en el desarrollo de los métodos de MV-201 y de EHE-98. Por su concordancia con NBE-FL-90, se consideraron las prescripciones de PIET-70 [5] que suponen una generalización de los planteamientos de MV-201 (hoy NBE-FL-90 ) para otros tipos de fábricas (como las de piedra y bloque). La decisión de introducir PIET-70 se justifica plenamente cuando se considera la voluntad de estudiar comparativamente los métodos de la normativa con los de EC-6, norma que extiende su campo de aplicación a todo tipo de estructuras de fábrica y no solamente a las de ladrillo. En cuanto a la EHE-98, sedujo la sencillez de su formulación, y se deseó averiguar si introduciendo en el método los valores del módulo de deformación correspondientes a una estructura de fábrica los resultados resultaban aplicables.

En general, estos cuatro métodos establecen la doble verificación clásica de piezas sometidas a compresión excéntrica: comprobación de resistencia -que se realiza en el apoyo de forjados y cimientos- y comprobación de pandeo (flexopandeo) realizada en la parte central de la pieza. Estas líneas se centran en el estudio de esta segunda condición.

El objeto del estudio fue el análisis comparativo de los resultados del tratamiento del pandeo efectuado por los distintos métodos. Para ello se desarrolló una rutina informática destinada a la evaluación de cada método. Posteriormente se representaron gráficamente los resultados de los distintos métodos, pudiendo entonces valorar los resultados.

Se han analizado muros de una sola hoja y sección rectangular, suponiéndose una variación lineal de las excentricidades de aplicación de la carga en sus extremos -ya que la variación lineal de la excentricidad es el único

caso en el que NBE-FL-90 es aplicable, y es también el de mayor repercusión en la práctica-.

# Métodos de verificación de la sección

Los cuatro métodos indicados proponen -implícita o explicitamente- el Método de la Sección Eficaz. Es éste un método de cálculo en agotamiento que se obtiene como límite del proceso de plastificación, ante la actuación de un esfuerzo axil y de momentos flectores con cortantes nulos, de una sección de material homogéneo e isótropo pero con distinto comportamiento resistente a tracción y a compresión. Este diferente comportamiento consiste en la incapacidad resistente ante esfuerzos de tracción, y al material con esta característica lo designaremos como heterorresistente. El proceso de plastificación de la sección se puede observar en la figura 1.

Es importante aclarar que este resultado -la sección eficazes independiente del diagrama de cálculo supuesto para el material -lineal, parabólico...-, sin otra condición que el diagrama tenga una rama plástica horizontal suficiente.

El método se concreta en que, dado un esfuerzo axil actuante con una cierta excentricidad, se considera que sólo parte de la sección está respondiendo a la solicitación, encontrándose el resto inactivo. La parte activa de la sección, que se considera respondiendo a tensión uniforme, queda definida por una recta secante a la sección, de tal forma que la sección resultante tiene su baricentro coincidiendo con el centro de presiones del axil.

Junto con este método de verificación, NBE-FL-90 -y Lahuerta-, admiten, tomando precauciones adicionales, la comprobación de la sección con las fórmulas clásicas de Resistencia de Materiales, pero limitando las tensiones de tracción producidas al décimo de la resistencia de cálculo de la fábrica (se puede encontrar un estudio en la referencia [6]). Para él la situación de axil concomitante con un sólo momento flector, se puede escribir

$$\sigma = \frac{M_d}{W} - \frac{N_d}{A} = N_d \left( \frac{e}{W} - \frac{1}{A} \right) \le 0.1 \cdot \sigma_d$$

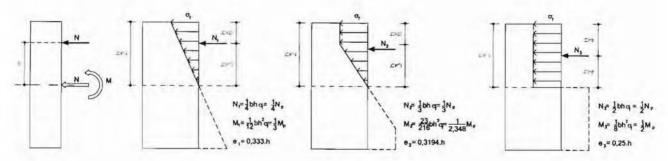


Figura 1

Si la sección es rectangular, y llamando  $\sigma_c = \frac{N_d}{A}$ , resulta

inmediato obtener el límite para la excentricidad del axil

$$e \le \frac{h}{6} (1 \pm 0.1 \frac{\sigma_d}{\sigma_c})$$

que implica que para un muro de  $12\,\mathrm{cm}$  de espesor se puede alcanzar una excentricidad de  $8\,\mathrm{cm}$  ( $2\,\mathrm{más}$  del límite de la sección eficaz) si la tensión media de compresión  $\sigma_c$  es 1/30 de la tensión de cálculo de la fábrica, lo que equivale a decir que un metro de este muro con una tensión de cálculo de  $36\,\mathrm{kp/cm^2}$  podría llegar a recibir una carga de  $1.44\,\mathrm{t}$ .

Esta capacidad de carga equivaldría a una excentricidad de 5,8 cm de acuerdo con el criterio de verificación de la sección eficaz. Es por ello importante tener en cuenta este resultado cuando se analicen los gráficos correspondientes a las excentricidades derivadas del flexopandeo de acuerdo con los distintos métodos.

# El tratamiento del pandeo

En el tratamiento del pandeo existen dos grandes líneas: en un primer grupo están los métodos que garantizan la seguridad de la pieza proponiendo una reducción de la tensión de cálculo de la pieza en función de la esbeltez de ésta y, en un segundo conjunto, se agrupan aquéllos cuyo planteamiento consiste en incrementar la excentricidad con la que actúa el axil de compresión, en función principalmente de la esbeltez y de la excentricidad con la que esté aplicado el propio axil. En este segundo grupo se ha encuadrado en nuestro país la normativa de fábrica, MV-201 originariamente y NBE-FL-90 en la actualidad. Este mismo planteamiento lo adoptan tanto EHE-HM como también el método propuesto por Lahuerta.

El Eurocódigo EC-6 se decanta, sin embargo, por el primer planteamiento. Para garantizar la seguridad de la pieza define una excentricidad en la aplicación del axil en la zona central de ésta, comprobando que las tensiones que se producen en la fábrica en esta situación sea inferior a la admisible, previamente minorada por un coeficiente reductor. Este coeficiente es función de la esbeltez y también de la propia excentricidad citada.

En el grupo de métodos que calculan la excentricidad del axil en flexopandeo como sistema para garantizar la seguridad de la pieza, la excentricidad señalada se obtiene sumando a la excentricidad máxima actuante en la parte central de la pieza una excentricidad adicional resultado de multiplicar el espesor de la pieza por la excentricidad unitaria al pandeo simple. Esta excentricidad unitaria depende de las características geométricas y mecánicas de la pieza. NBE-FL-90 y Lahuerta la hacen depender de la esbeltez mecánica y de la deformación unitaria del mate-

rial, mientras que el método de EHE-HM cambia esta última por el Módulo Instantáneo de Deformación Secante, introduciendo -a nuestro juicio- cierta confusión en el planteamiento, por cuanto el resto de los métodos lo ligan a la deformación unitaria de la fábrica. Tampoco está clara la zona central a considerar, ya que existen discrepancias en cuanto a su extensión: Lahuerta la restringe al tercio central, NBE-EA-95 propone el 40% central, mientras que NBE-FL-90 la extiende a la totalidad de la pieza.

Las diferencias entre los métodos de este grupo aparecen en la determinación específica de los elementos que determinan la excentricidad adicional: la determinación de la esbeltez mecánica, la formulación de la excentricidad unitaria de pandeo simple y la excentricidad máxima en la zona central.

En lo tocante al primer punto, los métodos establecen diversas posibilidades, de variada dificultad de determinación, que va desde la lectura directa de una tabla -NBE-FL-90- hasta formulaciones analíticas de complejidad variable. La figura 2 es una representación gráfica de los valores de la deformación unitaria propuestos por NBE-FL-90 en función de la esbeltez mecánica para las diferentes deformaciones unitarias que contempla (1,25, 1,00, 0,80 y 0,63%), y permite apreciar algunos errores de redondeo, siendo el más apreciable el que se produce en la curva correspondiente a 1,25% y para una esbeltez de 16 -valor que desde estas líneas se sugiere corregir-.

En el gráfico se ha incluido también la representación de los valores que propone PIET-70 para el caso de una deformación unitaria de la fábrica estimada del 0,53‰.

En general, los métodos diferencian entre piezas con y sin coronación arriostrada, sin establecer matices sobre el tipo de elemento arriostrante superior, particularizando seguidamente los valores en función de las distancias

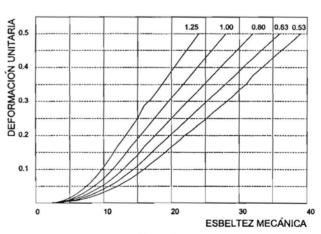


Figura 2

entre arriostramientos verticales. Solamente el Eurocódigo EC-6 permite el cálculo de elementos arriostrados por tres lados, ofreciendo el tratamiento más sofisticado para la determinación de la esbeltez, que llega incluso a establecer matices de acuerdo con el tipo de elemento superior arriostrante. Lamentablemente no aclara una situación común como es el tratamiento de elementos sin arriostramiento superior, situación para la que el DNA que lo acompaña en su versión española remite a NBE-FL-90: una solución que no parece muy afinada, sobre todo cuando semeja sencilla la generalización del método. Otra diferencia entre EC-6 y el resto de los métodos citados se encuentra en que para la determinación de la esbeltez sólo EC-6 parte de la altura libre del muro, mientras los otros arrancan de la altura del muro medida entre ejes de forjados.

Algunos métodos incluyen además una limitación de esbeltez máxima. NBE-FL-90, por ejemplo, establece un límite, variable con la deformación unitaria, comprendido entre 24 y 36 -puede resultar interesante recordar que PIET-70, del Instituto Eduardo Torroja, permitía, incluso, esbelteces límite de 39 para las fábricas más rígidas-; EC-6 lo establece -independientemente de cualquier otro criterio- en 27 para la versión española (30 es la esbeltez límite general del documento) a través del DNA, señalando que: "en la Norma FL-90, tabla 5.9, se admite algo más pero realmente no se conoce que se haya empleado en la práctica".

Obviamente, el redactor ha cometido un lapsus al restringirse exclusivamente a las fábricas de ladrillo, como ocurre al citar a FL-90, se olvida que el Eurocódigo EC-6 pretende habilitar el cálculo de fábricas de todo tipo, entre ellas las de piedra. Y entre éstas sí hay numerosos ejemplos que superan la esbeltez límite propuesta por el método.

Numéricamente, un muro de 10 cm de espesor arriostrado superior y lateralmente a la misma distancia, y en la
situación más ventajosa de rigidez, tendría como límite
los 7,2 m de altura según FL-90 (7,8 según PIET-70), que
se rebajarían a 3,6 m si careciese de arriostramientos
verticales (3,9 m según PIET-70). De acuerdo con los
valores fijados por el Eurocódigo con DNA español, estas
alturas máximas se convertirían en 3,60 m y 3,60 m (4,00
y 4,00 para la versión más tolerante de DNA). La
coincidencia de los valores, para una separación entre
arriostramientos igual a la altura del muro o a una distancia
infinita, viene producida porque EC-6 no permite
considerar la contribución de los arriostramientos
verticales si éstos se encuentran separados más de treinta veces el espesor (3,00 m en nuestro caso).

Curiosamente, las situaciones para las que EC-6 permite valores más favorables son aquéllas en las que los arriostramientos verticales están a una distancia inferior a la altura del muro..., situación que no parece de gran aplicación práctica. Frente a esta situación, FL-90 no permitía reducción en la esbeltez del muro para situacio-

nes de arriostramientos separados menos que la altura del muro.

En lo tocante a la excentricidad máxima en la zona central, el tratamiento de FL-90 resulta menos elegante al establecer dos formulaciones alternativas en función de un valor de control. El paso del tiempo se percibe también en esta norma con la presencia de numerosas tabulaciones -obteniéndose los valores intermedios por interpolación-que vuelven el cálculo más engorroso. Los otros métodos se decantan todos por la formulación analítica para la obtención de los distintos parámetros necesarios, que redunda en una programación más cómoda.

Como ya se ha señalado, el Eurocódigo EC-6 define una excentricidad máxima en la zona central, que se completa con una función reductora de la tensión admisible, e^ [- (u^2)/2], dependiente de la esbeltez y también de la propia excentricidad central.

La excentricidad máxima en la zona central participa de múltiples aspectos, como son la repercusión de las excentricidades provocadas por la actuación de los forjados, la actuación de cargas horizontales y reológicas, pero tiene en cuenta además una excentricidad accidental, vinculada con las condiciones de ejecución. Desgraciadamente, EC-6 solamente recoge el valor de esta excentricidad adicional para una de las tres categorías de ejecución que define, introduciendo una importante limitación al método. El cuanto al coeficiente u, su valor se expresa en general como

$$u = \frac{\frac{h_{ef}}{t_{ef}} \sqrt{\frac{f_{k}}{E}} - 0,063}{0,73-1,17 \cdot \frac{e_{mk}}{t}}$$

$$\frac{h_{\text{ef}}}{t_{\text{ef}}} = \lambda \text{ (esbeltez) }; \quad \epsilon = \frac{f_{\text{k}}}{E} \quad \text{(def. unit. elástica)};$$

 $e_{mk}$ : excentricidad máxima en el quinto central de la pieza indicada anteriormente.

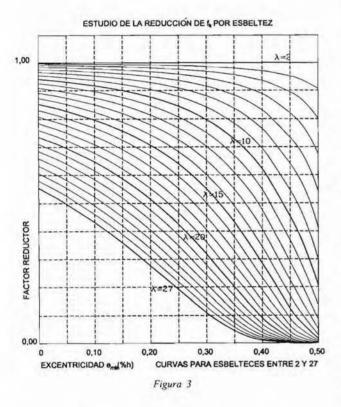
Para que dicha expresión tenga sentido, obviamente la excentricidad no puede superar el valor de 0,62. t, aunque esta salvedad es superflua dado que el método de validación de la sección es el de la sección eficaz, método en el que no puede alcanzarse una excentricidad de valor mitad el espesor de la pieza.

Formulado lo anterior, para muros de una hoja, la capacidad resistente por metro de muro se expresa como:

$$N_{Rd} = f_{d} (t-2e_{mk}) e^{-\frac{u^{2}}{2}}$$

frente a la que sería la expresión de comprobación en los métodos anteriores,  $N_{Rd} = f_d$  (t-2e<sub>f</sub>).

En la primera fórmula, que se deduce directamente de la presentada por EC-6 sin más que realizar las oportunas sustituciones, el término entre paréntesis recoge la comprobación de acuerdo con el método de la sección eficaz para la excentricidad central, mientras que el exponencial es el factor reductor señalado. Su valor se representa en la figura 3.



Para hacer comparable los valores resultantes de la condición de pandeo obtenidos con este método frente a los otros del grupo, es preciso convertir el valor de la reducción de la tensión en excentricidad. Para ello se introduce una excentricidad corregida ficticia, tal que:

$$(t-2e_{mk}) e^{-\frac{u^2}{2}} = t-2e_t$$

Lo que lleva a un valor de

$$e_f = \frac{t}{2} (1-e^{-\frac{u^2}{2}}) + e_{mk} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Obviamente, esta transformación hace que la excentricidad obtenida no pueda superar la mitad del ancho de la pieza, dado que este valor la inhabilita desde el punto de vista resistente.

Otra diferencia de este método reside en que considera la altura libre del elemento frente a la altura a ejes que utiliza el resto. En el análisis se ha considerado que la altura libre se reduce en el espesor de un forjado de tipo usual en edificación -de 25 a 30 cm de canto-.

# Sobre el Módulo de Young

Un problema añadido al estudio es el módulo de deformación con el cual se vincula cada método. NBE-FL-90, en su artículo 5.2.4., establece que el módulo de deformación puede establecerse mediante ensayos, pero que: "es necesario que los ensayos se realicen a lo largo de un plazo suficiente, para que tenga lugar una deformación reológica que permita evaluar su valor final estabilizado".

En la formulación que propone como alternativa al ensayo se insiste en esta idea cuando habla de la deformación unitaria de la fábrica a largo plazo. Por tanto, se identifica el valor propuesto como el módulo de deformación secante diferido. Lahuerta propone diferenciar (apartado 86.9) entre un módulo de deformación instantáneo de la fábrica y un módulo de deformación diferido, que, para fábricas de ladrillo, coincide con el de FL-90. Este autor asigna coeficientes de fluencia de valor igual a 2,5 para ladrillos cerámicos y de valor igual a 1,5 para piedra dura y 2,0 para la blanda.

PIET-70 distingue entre módulo de deformación inicial,  $E_o$ , módulo de deformación en el límite de la capacidad resistente,  $0.5 \cdot E_o$ , y módulo de deformación bajo cargas de servicio,  $0.8 \cdot E_o$ . El valor de  $E_o$  lo fija como producto de un coeficiente por una tensión,  $\sigma_r$ , que por el contexto parece ser la de rotura. El problema es que no define una relación entre la resistencia característica de la fábrica,  $\sigma_k$ , y la tensión que acabamos de señalar, a no ser que se adopte la conservadora solución de igualarlas.

EHE-98 señala que, para el cálculo de la excentricidad ficticia de pandeo, se empleará el módulo instantáneo de deformación secante. Este hecho se ha tenido en cuenta a la hora de los cálculos.

Para completar este repaso general, EC-6 (art. 3.8.2. y Anexo A) diferencia entre el módulo de elasticidad secante instantáneo, E, el módulo para estados límites de utilización, 0,6·E, y el módulo de elasticidad secante diferido, E/ $\phi$ , señalando que para el cálculo de pandeo el módulo a utilizar es el primero. En lo tocante a los valores del coeficiente de fluencia  $\phi$ , establece los valores de  $\phi=1$  para piezas de arcilla y=0 para piezas de piedra natural. Por mor de una mala definición esto implica que, para piezas de arcilla, el módulo instantáneo coincide con el diferido (!!!), y que, para fábricas de piedra, el módulo diferido toma un valor ¡¡infinito!!.

El método de cálculo de la sección eficaz es un método de cálculo en agotamiento. ¿Se puede ignorar el efecto de la fluencia en estas condiciones? ¿Qué valor del módulo se debe emplear en la formulación?

#### Análisis Desarrollado

Se ha buscado una doble vertiente de estudio: analizar los resultados correspondientes a la variación de los diversos parámetros que intervienen en la formulación en cada caso y comparación entre los diversos métodos para una misma situación de partida.

Este objetivo ha obligado a determinar con claridad los factores de los que depende la formulación y a buscar fórmulas de homogeneización cuando los parámetros son dispares. Esta homogeneización se ha realizado a partir de los datos que se exponen seguidamente.

Se han analizado tres situaciones base de elementos arriostrados en coronación: muro de 24 cm de espesor y 3 m de altura; muro de 12 cm de espesor y 3 m de altura y muro de 12 cm de espesor y 4,5 m de altura. Dado que el espesor y la altura del muro han quedado establecidas, los parámetros de los que dependerá la esbeltez serán las distintas condiciones de arriostramiento que fije cada norma. En particular, la distancia entre arriostramientos de referencia se ha tomado de 4,5 m para los dos primeros casos y de 6 m para el tercero. Otras separaciones estudiadas han sido distancias iguales a la altura del muro, así como dos y cuatro veces la altura de éste. Como material de referencia -se han analizado también otras situaciones- se ha escogido un ladrillo perforado de 200 kp/cm² tomado con mortero de 160 kp/cm².

En el estudio del método propuesto por EHE-HM, dado que el planteamiento del método descansa en el valor del Módulo de Deformación Secante Instantáneo, éste se ha determinado mediante el criterio definido por EC-6 para el tipo de fábrica definido anteriormente -resistencias características de 7,84 y 7,13 MPa- y mediante el criterio de FL-90 afectado del factor de fluencia propuesto por Lahuerta -resistencias de cálculo de 32 y 36 kp/cm²-.

El planteamiento escogido ha obligado a la identificación de los parámetros de los que depende el cálculo a pandeo de cada método, que se resumen seguidamente. En el análisis se ha pretendido analizar la repercusión de la variación de cada parámetro.

# NBE-FL-90

- -Muro arriostrado/no arriostrado superiormente.
- -Distancia entre arriostramientos sg/párrafo anterior.
- -Deformación unitaria. Para la composición de muro definida, la correspondiente es el 0,63‰, aunque se han analizado también las correspondientes al 0,8, al 1,00 y al 1,25‰ que son los valores que contempla la norma. Se ha estudiado también la correspondiente al valor de  $\alpha = 3.000$  de PIET-70, que se ha trasladado al criterio de NBE-FL-90 como una deformación unitaria del 0,53‰. Este valor se corresponde con el propuesto para algunos tipos de fábricas de piedra.

# LAHUERTA

- -Muro arriostrado/no arriostrado superiormente.
- -Distancia entre arriostramientos como anterior.
- -Deformación unitaria como en el caso anterior.
- -Relación entre N/(N+G). En general se ha supuesto el caso límite, pésimo, que resulta de suponer este valor igual a la unidad. Se ha estudiado también la repercusión de que esta proporción sea 1/1,5.

#### EHE-98

- -Muro arriostrado/no arriostrado superiormente.
- -Distancia entre arriostramientos como anterior.
- -Módulo de Young. Dado que este método depende del valor del Módulo de Deformación Secante Instantáneo, se han considerado los valores derivados de la aplicación de EC-6 y de FL-90 para la fábrica anterior (resistencias características de 7,84 y 7,13 MPa en el caso de EC-6 y resistencias de cálculo de 32 y 36 kp/cm² en el de NBE-FL-90). Se hace notar que el valor de E definido en NBE-FL-90 parece corresponder con el del Módulo de Deformación Secante Diferido, razón por la que se ha corregido este valor con el coeficiente de fluencia que propone Lahuerta para el caso de fábricas de ladrillo.

# EUROCÓDIGO EC-6

- -Muro arriostrado superiormente exclusivamente. Se ha estudiado además la influencia de que el forjado arriostrante sea de madera o de hormigón.
- -Distancia entre arriostramientos como anterior. Dado que el método permite considerar la situación de un solo borde vertical arriostrado, se ha estudiado también este caso.
- -Deformación unitaria. Se han considerado dos situaciones, obteniéndose el Módulo de Deformación Secante Instantáneo de acuerdo con el criterio de EC-6 y también con el de FL-90 para una deformación unitaria del 0,63% corregido con el valor del coeficiente de fluencia propuesto por Lahuerta. Bajo este planteamiento se esconde el problema de qué valor de deformación unitaria se considera y de la influencia de ésta en los resultados.
- -Deformación por fluencia. Si bien el texto de EC-6 admite que no se considere ésta para fábricas de ladrillo, dado que el valor del coeficiente de fluencia que tabula es la unidad, se ha analizado también su repercusión.
- -Valores tomados por defecto: la excentricidad accidental se ha tomado igual a la única definida por la norma, correspondiente a la categoría de ejecución B, y se ha supuesto nula la excentricidad por acciones horizontales.

# Organización de los gráficos

Cada curva corresponde a un valor constante de la excentricidad actuante en cabeza de la pieza. En absci-

sas se proponen los distintos valores que puede tomar la excentricidad en pie de la pieza. Por último, en ordenadas se puede leer la excentricidad de flexopandeo que propone el método considerado para la pieza en particular.

Para facilitar la comprensión, en la figura 4 se representa la situación de un elemento en el cual el axil está aplicado con una excentricidad de 3 cm en su parte superior y de 2 cm y sentido contrario en la parte inferior, leyéndose en ordenadas la excentricidad de flexopandeo que el método obligaría a considerar: para ello se selecciona la curva correspondiente a una excentricidad de 3 cm en cabeza, entrándose en abscisas con el valor -2, ya que la excentricidad de sentido contrario se denota como negativa, mientras que en ordenadas se puede leer el valor de 3,12, que sería el valor de la excentricidad de flexopandeo según el método.

A la hora de evaluar los diagramas obtenidos es preciso tener en cuenta las excentricidades mínimas que plantean algunos métodos. Por una parte, la pieza tiene que resultar admisible con el axil aplicado con las excentricidades de cabeza y pie, por lo cual excentricidades de pandeo inferiores al mayor de estos dos valores carecen de sentido práctico. En el caso del Eurocódigo EC-6, se debe tener en cuenta que las curvas obtenidas incluyen una excentricidad mínima de 0,05. t, que actúa como valor mínimo de verificación. Quizás no fuese absurdo completar este mínimo relativo con algún valor mínimo absoluto, ya que para un muro de 12 cm de espesor el mínimo de EC-6 significa 0,6 cm. Como referencia, la norma EHE-HM establece que la pieza se debe comprobar para los valores de excentricidades extremas de e + 0.05.  $t \ge 2$  cm.

Se quiere recordar que una excentricidad igual a la mitad del espesor del muro elimina la capacidad portante con el criterio de la sección eficaz, pero que la aplicación del criterio de FL-90 basado en los postulados de la Resistencia de Materiales permite admitir como válidas piezas con excentricidades superiores a ésta, tal y como se detalló anteriormente.

La gráfica correspondiente a NBE-FL-90 es tal que nunca proporciona valores de la excentricidad de flexopandeo inferiores a los de la mayor excentricidad aplicada en cabeza o pie. En el resto de los métodos, las gráficas no incorporan estas excentricidades -que la pieza ha de verificar para ser válida. Por ello, y para facilitar la interpretación en estos casos, se representa a trazos discontinuos la gráfica que corresponde a la mayor de las excentricidades de cabeza y pie para cada excentricidad en pie.

Sin duda, lo primero que destaca de las gráficas obtenidas es la diferente forma de la curva: con el criterio de FL-90, las curvas obtenidas son continuas a ambos lados de un punto de inflexión, mientras que en los otros métodos tienen forma discontinua.

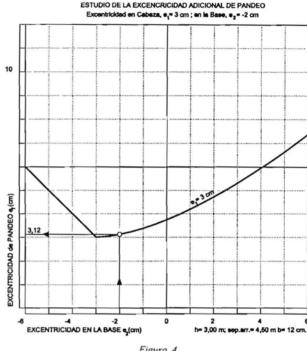


Figura 4

Es también notorio que el valor mínimo de la excentricidad de pandeo a considerar se obtiene para el par de valores (e<sub>1</sub>,-e<sub>1</sub>). El segundo punto singular -en los métodos en los que se produce- aparece para los valores (e,, e,). Entre ambos puntos, la pendiente de la curva es la menor, incrementándose en ambos bordes extremos.

Es también reseñable que los métodos introducen un valor de excentricidad mínima que se produce incluso con cargas teóricamente centradas en ambos extremos. Incluso para las situaciones más favorables de excentricidades bajas y de signo opuesto, los valores de excentricidad con los que se ha de comprobar la pieza se corrigen al alza.

Por último, recordemos que para los casos usuales de muros que soportan forjados, las excentricidades en cabeza y pie tiene sentidos distintos, lo que en la figura equivaldría a una excentricidad e, negativa, dado que e, se ha supuesto siempre positiva en este estudio.

## ANÁLISIS DEL CASO 1

El primero de los muros estudiados -24 cm de espesor, 3 m de altura y una separación base de arriostramientos de 4,5 m- recoge el caso de una esbeltez pequeña, en el entorno de 8 (8,125 / 7,654 / 8,34 / 8,6, según los distintos métodos).

En el caso del método de FL-90, las excentricidades de flexopandeo son obviamente mayores cuanto mayor es la deformación unitaria de la fábrica y la excentricidad en la aplicación de la carga. Comparativamente, tiene una repercusión mayor la modificación de las condiciones de arriostramiento que el cambio del valor de la deformación unitaria de la fábrica. Además, prácticamente en ningún caso se llega a superar la excentricidad límite de t/2.

Las gráficas resultan de valoración muy sencilla por cuanto llevan incluidos los valores de las excentricidades máximas actuantes en cabeza y pie de la pieza. La figura 5 representa las curvas obtenidas para cargas aplicadas con excentricidades en cabeza de valor 0, 1, 2, 3,...., 12 y para las deformaciones unitarias de 0,53, 0,63 y 0,80.

Con el método de Lahuerta aparece un tipo de gráficas con menores valores de excentricidad de pandeo para las mayores excentricidades en cabeza y mientras que la excentricidad en pie sea negativa y de mayor valor absoluto que la de cabeza. De todas formas, estas situaciones quedan cubiertas casi completamente (al menos en este primer caso) por la mayor de las excentricidades actuantes en cabeza y pie, careciendo de repercusión práctica. Curiosamente, el efecto del pandeo arroja los valores determinantes del cálculo en aquellas situaciones de pequeñas excentricidades. Dado que el método no explicita la comprobación con la excentricidad de cabeza o de pie, para el análisis de estas gráficas es muy conveniente el apoyo de una gráfica que refleje la excentricidad de cálculo correspondiente a las aplicadas en cabeza y pie, y que en

numerosas zonas son superiores a las obtenidas por pandeo, de tal forma que éstas no resultan aplicables. La figura 6 representa los valores obtenidos para las mismas excentricidades anteriores y para las deformaciones unitarias del 0.53 y 0.63%.

En lo tocante al método de EHE, si bien la forma de las curvas obtenidas concuerda con las del método anterior -y eso con una formulación más sencilla-, los valores se muestran muy sensibles a la variación del módulo de deformación empleado: tan sólo la correspondiente al valor del mayor módulo de deformación se aproxima al resto de las gráficas estudiadas, y siempre con valores superiores. Todo esto conduce a desechar su análisis para los siguientes casos, si bien la sencillez de la formulación parece reclamarse para la fábrica pero ajustando los resultados. La figura 7 recoge los valores de los módulos de deformación de acuerdo con EC-6 y con NBE-FL-90 corregido de acuerdo con la propuesta de Lahuerta.

Esto es:  $E_i = 1.000 \cdot f_k$  y  $E_i = \phi \frac{f_d}{\epsilon}$  en las situaciones de

mayor resistencia de las propuestas por cada método anteriormente.

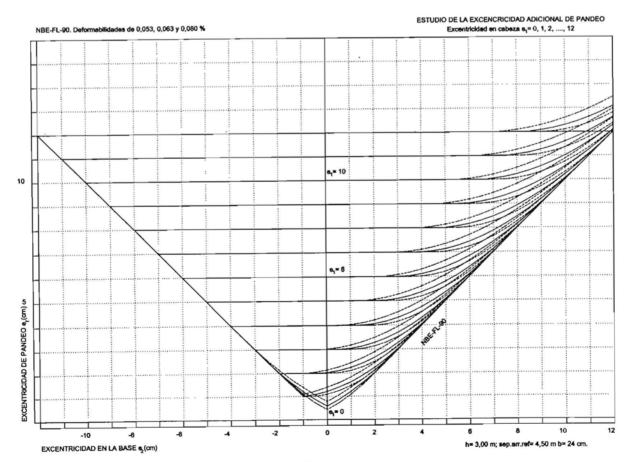
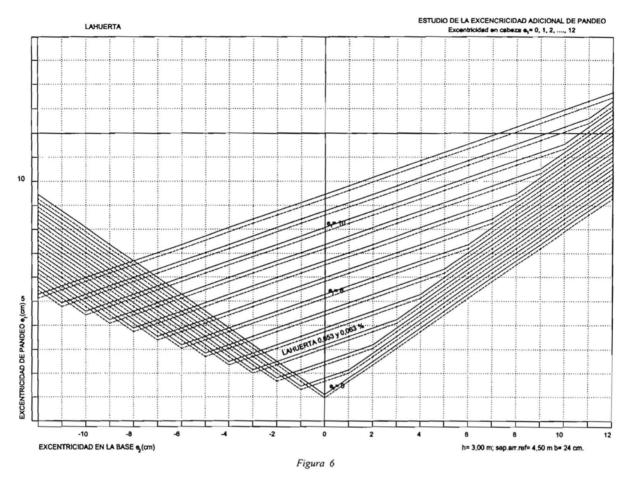


Figura 5



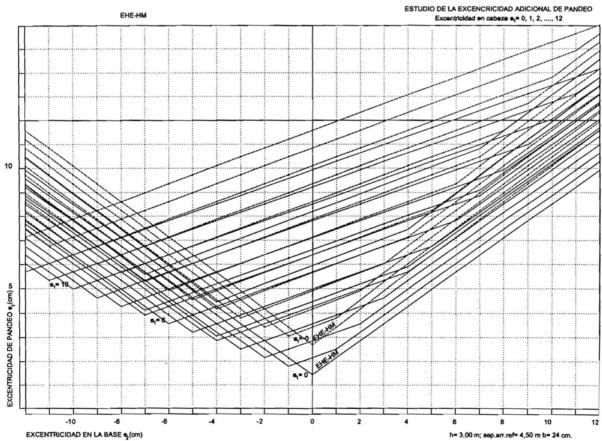


Figura 7

El Eurocódigo EC-6 viene a determinar una curva propia, característica, en la cual aparece claramente definida una zona debido a la excentricidad mínima de flexopandeo consecuencia de la aplicación de la excentricidad mínima de 0,05, t, constante para todas las excentricidades de la pieza, al contrario que en los casos anteriores. Así, en las curvas que representan situaciones de excentricidad reducida, aparecen tres puntos singulares: dos en el entorno del punto (e,,-e,) y otro para (e,, e,). Por el lado izquierdo, las curvas quedan muy alejadas de la excentricidad con la que se ha de verificar la pieza en cabeza y pie. Las gráficas, un ejemplo de las cuales es la figura 8, muestran poca sensibilidad a las diferentes deformaciones unitarias consideradas, si bien se incrementa con la excentricidad de la carga. En la valoración, se encuentra muy próximo el cambio de deformación unitaria de la fábrica con una separación de arriostramientos igual a la altura de la pieza, siguiendo un orden decreciente lógico -separación entre arriostramientos 4,5 con forjado de hormigón, separación entre arriostramientos 4,5 con forjado de madera, separación entre arriostramientos superior a 30.t-. Señalar que la distancia entre estas dos gráficas, muy próximas para excentricidades inferiores a t/4, se incrementa al aumentar ésta. Asimismo señalar que las gráficas de distancia entre arriostramientos igual a 4,5 coinciden a partir de excentricidades superiores a 0,33. t.

En lo referente a la valoración comparativa entre los métodos, indicar que sólo para altos valores de e, y para situaciones con 0<e2<e1 tiene trascendencia el cálculo a pandeo en este caso. Por lo que respecta al método que proporciona los menores valores de excentricidad. corresponde citar al método de NBE-FL-90, siguiera sea por un margen muy pequeño con EC-6 debido al criterio de excentricidad mínima que engloba EC-6 y a los resultados que se producen con altas excentricidades positivas. De hecho, en la zona en que se producen excentricidades que resultan determinantes para el cálculo con valores medios de excentricidad, ambos métodos parecen la curva y una aproximación poligonal a ésta. Seguidamente, pero distanciado, se coloca el método de Lahuerta y, más desfasado, el método de EHE-98 con el criterio que proporciona el mayor valor para el módulo de deformación secante instantáneo.

La figura 9, que corresponde a las curvas obtenidas con los distintos métodos para la excentricidad actuante en cabeza de 4 cm, es un buen resumen de la situación.

# ANÁLISIS DEL CASO 2

El segundo muro corresponde a un muro de 12 cm de espesor, con 3 m de altura y una separación base de

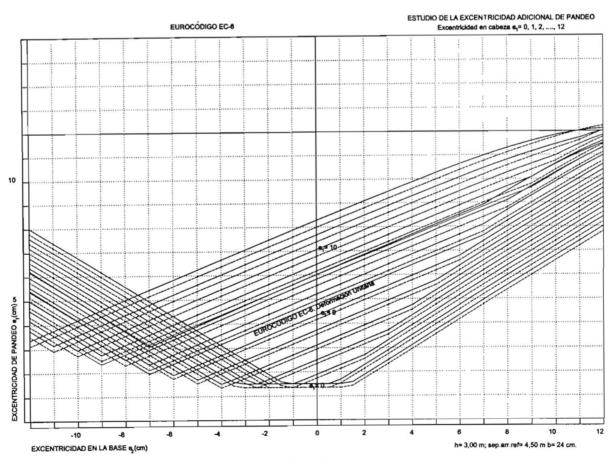


Figura 8

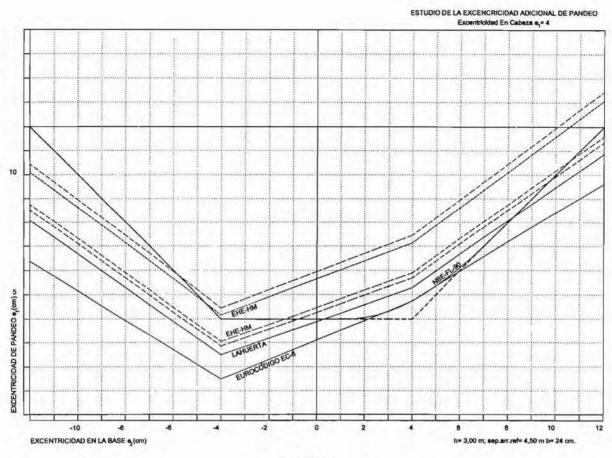


Figura 9

arriostramientos de 4,5 m, ejemplo de esbelteces de cierta consideración, en el entorno de 16 (16,25 / 15,30 / 17,19 según los distintos métodos estudiados). En este caso, tras una serie de tanteos iniciales, se ha descartado el estudio del método de EHE-98 con módulos de Young correspondientes a algún tipo de fábrica, dado que, si bien reproducía la forma de las gráficas obtenidas con el método de Lahuerta, los valores resultantes conducían a excentricidades muy altas, con una extraordinaria sensibilidad al valor del módulo de deformación empleado.

En lo tocante al método de FL-90, son válidos los comentarios que se han reflejado en el apartado anterior. Es de destacar que la excentricidad mínima que arroja el método desaparece aproximadamente en el entorno de las excentricidades (3,-3), para las que el valor de la excentricidad que proporciona el método coincide con 3 -dependiendo de la deformación unitaria-. Para los valores (0,0) (1,-1) y (2,-2), el valor de la excentricidad resultante era superior en todo caso a los valores de las excentricidades aplicadas. El mínimo que aparece en cada curva -y que corresponde con las parejas de excentricidades indicadas-, depende de la deformación unitaria y de las condiciones de arriostramiento. De hecho, las gráficas se vuelven muy sensibles a la separación horizontal entre arriostramientos. Como comentario final, indicar que

salvo para los valores más altos, 1,00 y 1,25%, pocas situaciones se encuentran por encima de la excentricidad de t/2 (6 cm en este caso). La figura 10 permite corroborar las aseveraciones anteriores.

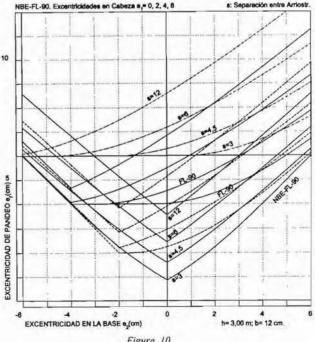


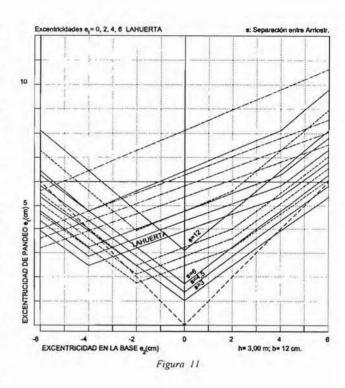
Figura 10

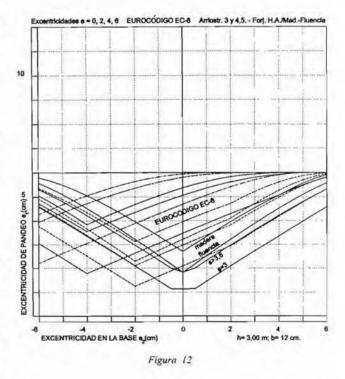
Con respecto a los resultados obtenidos aplicando el método de Lahuerta, de los que da fe la figura 11, siguen las líneas generales que veíamos en el apartado anterior. con escasos casos en los que se supera la excentricidad de t/2 para deformaciones unitarias inferiores al 1,00%% Los resultados son ahora más favorables que los obtenidos con el método de FL-90, implicando menores excentricidades mínimas resultantes -salvo para el caso de distancia entre arriostramientos igual al alto del elementoy también una menor sensibilidad al cambio de deformación unitaria. Los valores obtenidos son muy próximos para la menor deformación unitaria -la que resulta de la trasposición de PIET-70-, separándose cada vez más cuanto más aumente ésta: las curvas derivadas de la aplicación del método de FL-90 parecen querer ser tangentes a la poligonales obtenidas por Lahuerta, pero siempre con valores superiores. Tan es así, que si para la deformación unitaria del 0,53%, son prácticamente tangentes, entre las curvas derivadas por el método de FL-90 para valores del 0,80 y del 1,00% se cuelan las obtenidas en aplicación del método de Lahuerta para las deformaciones del 1,00 y del 1,25% En el punto en el que se establece mavor discrepancia es en el análisis de muros arriostrados horizontalmente a una distancia de dos veces el alto, situaciones para las que los resultados obtenidos por el método de Lahuerta se aproximan a los obtenidos con el método de FL-90 para una distancia igual a vez y media el alto del muro. Para situaciones de muros sin arriostramiento vertical, si bien los valores más ventajosos siguen correspondiendo a Lahuerta, los resultados se aproximan.

En el método de EC-6 no se han analizado situaciones correspondientes a altas deformaciones unitarias, por lo que la comparación de la figura 12 con las anteriores debe ser cuidadosa. La mayor ventaja del método se obtiene para situaciones con los dos bordes superiores como únicos arriostrados, en las que es notablemente más favorable que los otros métodos. Después de analizar la repercusión del la consideración de la fluencia con el método propuesto por el Eurocódigo, parece dificil entender que en el articulado permita la no consideración de este efecto para fábricas de ladrillo, porque su inclusión se nota.

El método arroja una sensibilidad a los valores de la deformación unitaria más acusados que Lahuerta pero menos que FL-90, de tal forma que las gráficas obtenidas por Lahuerta se mantienen en el medio de las correspondientes a EC-6. Los valores más favorables pueden ser en este orden:

- Sep. arriostramientos igual al altura del muro: EC-6, FL-90, Lahuerta (si bien en zonas, FL-90 es más favorable).
- Separaciones arriostramientos de1,5 veces el alto del muro: Lahuerta, FL-90, EC-6.
- Separaciones superiores a 2 veces el alto del muro: EC-6, Lahuerta, FL-90.





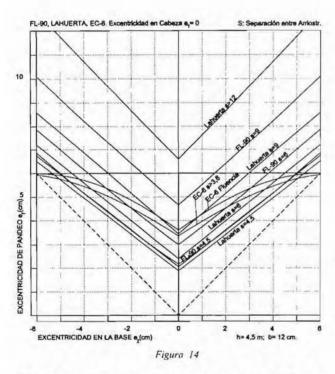
Especial desventaja presenta el método del Eurocódigo para una excentricidad en cabeza que supere t/4 (3 cm), al superar el criterio de semiempotramiento en el forjado superior.

La valoración de este apartado no es generalizable: dependiendo de cada situación particular e, incluso, de las excentricidades actuantes puede ser más ventajoso uno u otro método, aunque suele ser el del Eurocódigo el que proporciona los resultados más ventajosos siempre que la excentricidad en cabeza no supere t/4. Especialmente ventajosos son los que predice para muro sin arriostramientos verticales, suponemos que avalados por un importante análisis experimental.

La figura 13 pretende reflejar las conclusiones anteriores.

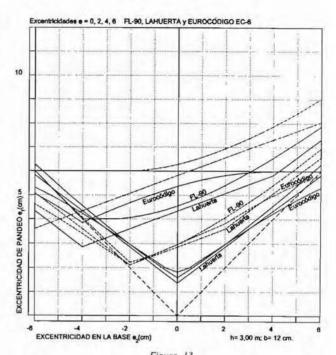
#### ANÁLISIS DEL CASO 3

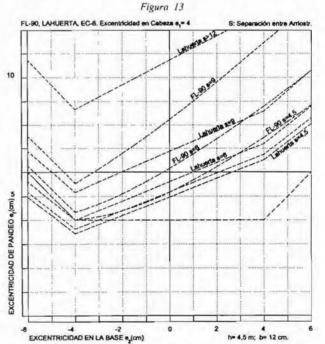
El tercer muro es un caso en el que se busca analizar una situación límite. Corresponde a un muro de 12 cm de espesor, 4,5 m de altura y una separación base de arriostramientos de 6 m, que lleva a esbelteces muy elevadas, en el entorno de 24, lo que al variar las condiciones de arriostramiento o las excentricidades llevan a situaciones por encima de los límites de aplicación en algunos casos. Las figuras 14 y 15 traducen los resultados obtenidos en este caso.



Llama la atención el comportamiento del método del Eurocódigo, con el cual sólo se producen situaciones admisibles con arriostramiento superior mediante forjado de hormigón y para excentricidades de aplicación de la carga en cabeza que no superen el valor de t/4, esto es, 3 cm debido al cambio en la hipótesis de arriostramiento superior del método-. Esto es, con forjado arriostrante de madera no valdría ninguno.

Llama también la atención que en este método resulte indiferente que los arriostramientos verticales se encuentren a 4,5 m de separación o a 6 m, porque ambos





casos los trata como si el muro careciese de arriostramientos verticales al superar las separaciones el valor de 30. t (3,6 m en este caso). Obviamente, para la situación de muros sin arriostramientos la situación parece muy ventajosa, tal vez demasiado ventajosa.

Figura 15

Mientras en esta situación la consideración de la fluencia se traduce en un moderado incremento de las excentricidades resultantes -suficiente, eso sí, para no ignorarla-, el cambio en la deformación unitaria empleada sí se traduce en un incremento notable -cercano al cm-.

Las excentricidades mínimas aplicables se incrementan notablemente con respecto al caso 2, al tiempo que aumentan también con la excentricidad actuante en base -al contrario que en el caso anterior-, desplazándose sobre rectas que incrementan la pendiente con la excentricidad actuante en cabeza.

Resulta también notable que la capacidad de carga de la pieza resulte diferente para situaciones de excentricidades como (4,-2) -capacidad nula- y (2,-4) -excentricidad a considerar 5,12-.

En la aplicación del método de FL-90 el primer comentario que surge es señalar que con una deformación unitaria del 1,25% los casos admisibles son testimoniales, lo mismo que ocurre para el valor del 1,00% y excentricidad igual a 5 o superior. Con las otras deformaciones unitarias existen situaciones admisibles, incluso con altas excentricidades, como 5. Sin embargo, para altas distancias entre arriostramientos -a partir de dos veces la altura-, los casos de situaciones admisibles son testimoniales.

Entre las curvas correspondientes a las deformaciones unitarias del 0,63 y del 0,53% las diferencias oscilan sobre 0,5 cm, reduciéndose para las situaciones más usuales. Sin embargo, lo verdaderamente trascendente es la separación entre arriostramientos verticales: al incrementar la separación de 4,5 a 6 m la excentricidad de pandeo se incrementa en 1 cm; de 6 a 9 m, en casi 2 cm.

En lo referente al método de Lahuerta, la situación es parecida a la anterior, aunque se amplían el número de casos admisibles -por ejemplo, para distancias de arriostramiento de 2h, o para materiales muy deformables-. Si bien en este caso siguen resultando trascendentes la separación entre arriostramientos, las diferencias se han amortiguado: incrementar la separación de 4,5 a 6 m supone aumentar la excentricidad de pandeo en 0,55 cm y hacerlo de 6 a 9 m, repercute en algo más de 1 cm.

En especial, la consideración del porcentaje del peso propio sobre la carga total del muro permite introducir reducciones notables en la excentricidad resultante. En este caso, este tipo de refinamientos puede ser muy conveniente.

FL-90 arroja su peor comportamiento en las excentricidades extremas, llegando casi a coincidir con los valores propuestos por Lahuerta para excentricidades superiores en 2 cm. En general, y para los casos más usuales, el método más ventajoso es del de Lahuerta, seguido de FL-90 y finalmente EC-6. (Lahuerta es más ventajoso que FL-90 siempre, y casi siempre lo es también con respecto a EC-6).

#### Conclusiones

- Los valores tabulados en NBE-FL-90 para el coeficiente

- η parecen contener algún pequeño error, debido posiblemente al proceso de redondeo, que se podría corregir con facilidad. La norma podría incorporar, en una revisión, algunos conceptos de precisión léxica, como en el caso del módulo de deformación.
- El método propuesto por EHE-98 es muy sensible al valor del módulo de deformación empleado y no puede ser directamente traspuesto para su empleo en la fábrica. Sin embargo, su sencillez llevan a desear uno similar para las estructuras de fábrica.
- En el método propuesto por Lahuerta, el porcentaje del peso propio en el total de la carga del muro permite ajustes en la excentricidad resultante que pueden ser decisivos para la aceptación del elemento.
- El método de cálculo de pandeo propuesto por EC-6, de formulación muy detallada, excluye, sin embargo, casos usuales que se deberían incorporar.
- Las prescripciones contenidas en EC-6 y en el DNA español son insuficientes para desarrollar toda la potencia del método. Se deberían completar y revisar algunos aspectos, como, por ejemplo, la introducción de una excentricidad con valor de mínimo absoluto, completar la definición de las excentricidades accidentales por condiciones de ejecución, la generalización del método propuesto para muros sin arriostramiento superior, el refinado de los coeficientes vinculados al arriostramiento de forjados, así como el brusco cambio de las condiciones de arriostramiento al superar la excentricidad de cabeza el valor de t/4... Un punto que DNA deberia reconsiderar es la reducción de la esbeltez máxima sobre la contenida en EC-6, debido sin duda a la pretensión de establecer un límite único, sin vinculación con el tipo de fábrica.
- Con los resultados que derivan de la aplicación del método propuesto por él mismo, no parece que EC-6 pueda obviar la consideración de la fluencia en fábricas de ladrillo, tal y como señala en el articulado.
- En muros de fábrica de esbelteces moderadas -inferiores a 10-, y situaciones normales -excentricidades moderadas y de signo contrario- el pandeo no resulta determinante en la aceptación del muro.
- Ningún método resulta más favorable de forma clara. Dependiendo de cada situación concreta -altura, arriostramientos, excentricidades- un método u otro puede resultar más ventajoso, cambiando éste al modificarse alguno de los parámetros anteriores. En general, EC-6 es el más permisivo cuando el muro carece de arriostramientos verticales; pero nunca lo suele ser cuando la excentricidad superior supera el cuarto del espesor. Para bajas esbelteces, NBE-FL-90 es el más favorable, con EC-6 prácticamente empatado. Sin embargo, NBE-FL-90 y Lahuerta admiten

situaciones con mayor esbeltez, siendo en estas situaciones el método de Lahuerta el más favorable.

- La dispersión de los resultados obtenidos por los distintos métodos hacen indispensable la correlación de éstos con la realidad experimental, especialmente los derivados de EC-6 para situaciones de flexión cilíndrica.

No obstante lo anterior, cuestiones como:

- Si la sección eficaz se obtiene en el proceso de plastificación de una sección sometida a N y M, ¿cómo admitir el cálculo a pandeo que significa una variación de la excentricidad y, por tanto, la existencia de cortante?
- Si el método de la sección eficaz es un método plástico, ¿cómo se entiende que se emplee en el método la deformación unitaria correspondiente al límite elástico, y se compruebe la validez de la sección con el criterio de la sección eficaz, que la supone totalmente plastificada y, obviamente, con una deformación unitaria muy superior?
- En el fenómeno del flexopandeo, la determinación de la excentricidad actuante en la parte central ¿se estudia con los porcentajes de longitud de la pieza del 0,33.h 0,33.h

- 0,33.h (Lahuerta), de 0,30.h - 0,40.h - 0,30.h (NBE-EA-95), o de 0,40.h - 0,20.h - 0,40.h (Eurocódigo EC-6)?

persisten irresueltas en el ánimo del estudioso.

# **BIBLIOGRAFÍA**

- (1) Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo, NBE-FL-90. M.O.P. y T., 1.990. Revisión de la antigua Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo, MV-201-72. Ministerio de la Vivienda, 1972.
- (2) Javier Lahuerta Vargas, Estructuras de Edificación. Fundamentos y Aplicaciones. E.T.S. Arquitectura. Universidad de Navarra. Pamplona, 1990
- (3) Instrucción del Hormigón Estructural, EHE-98. Ministerio de Fomento. Madrid, 1998.
- (4) Eurocódigo 6. Proyecto de Estructuras de Fábrica. AENOR, Madrid, 1997.
- (5) AA.VV. PIET 70. Obras de Fábrica. Prescripciones del Instituto Eduardo Torroja. Instituto Eduardo Torroja. Madrid, 1971.
- (6) Freire Tellado, Manuel J.-"La Sección Eficaz en la Estructura de Fábrica". Informes de la Construcción-C.S.I.C., Vol. 49 nº 449 mayo/junio 1997, págs. 23-36.

\* \* \*